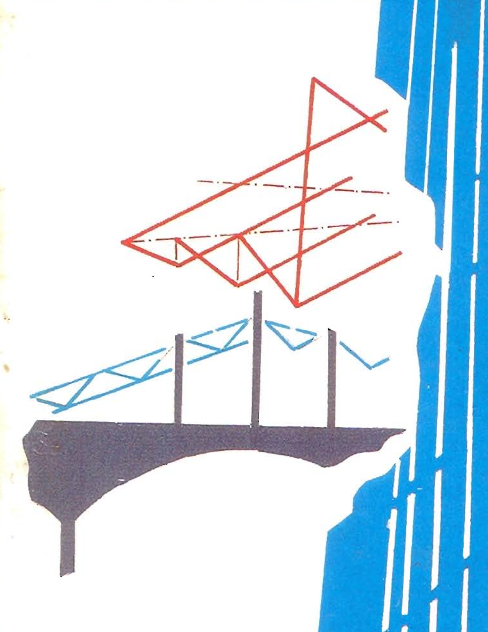
# EL PROYECTISTA DE ESTRUCTURAS METALICAS

R Nonnast





2

PARANINFO S.A.

**EL PROYECTISTA DE ESTRUCTURAS METALICAS**

La obra consta de dos volúmenes:

**Vol. 1:** Indice extractado: Bases fundamentales. Vigas. Soportes. Voladizos. Tuberías. Soldadura. Remachado y atornillado. Naves industriales. Edificios. Calderas. Depósitos. Puentes grúa.

**Vol. 2:** Indice extractado: Grúas pórtico. Castilletes del tendido eléctrico. Mástiles de banderas. Vigas contínuas Gerber. Vigas caladas. Naves pórtico. Grúas ménsula. Plumas de elevación.

**ROBERT NONNAST**
Konstrukteur por la escuela
Die Technik de Kassel-Alemania

# El Proyectista de Estructuras Metálicas 2

DECIMA EDICION

editorial Paraninfo sa

1994

© EDITORIAL PARANINFO, S.A.
Magallanes, 25 - 28015 Madrid
Teléfono: 4463350 - Fax: 4456218



Impreso en España
Printed in Spain

ISBN: 84-283-1536-1 (obra completa)
ISBN: 84-283-1538-8 (Tomo 2)

Depósito Legal: M. 11798.-1994



editorial Paraninfo sa Magallanes, 25 - 28015 MADRID (033/49/98)

Artes Gráficas BENZAL, S.A., Virtudes, 7 - 28010 MADRID

# PROLOGO DEL AUTOR

Debido a la favorable acogida que se está dispensando a mi libro de Estructuras, y a la petición de los que me han animado a continuar mi obra, he creído que sería interesante hacer una ampliación al texto. Por medio de ello pretendo indicar el cálculo de otros tipos de estructuras, que son igualmente utilizadas en gran escala.

Llevar a cabo esta ampliación editando un segundo tomo, y no adicionarlo al primero, se debe en gran parte pensando en favorecer a los que ya tienen el primero y quieren adquirir este segundo.

También advierto, que así como el primer libro o Tomo I tiene vida propia, éste segundo necesita los conocimientos adquiridos en el anterior y sus tablas. Por lo tanto, es imprescindible tener el primero o algún texto con sus tablas y coeficientes.

Mi intención en este segundo tomo es continuar en la misma línea iniciada. Es decir, el texto lo más indispensable para hacerlo más comprensible, capítulos cada uno con estructuras diferentes, y muchos dibujos aclaratorios e informativos.

Desde aquí quiero también agradecer a todos los que depositando su confianza en mí, han adquirido mis libros. Especialmente, a los Señores Catedráticos que lo han aconsejado a sus alumnos, y a todos aquellos que me han escrito con frases amables y de ánimo, para mi pequeña obra.

Como en mi primer tomo, en éste segundo también mi deseo es que les pueda servir de ayuda a aquellos Técnicos que se dedican a la noble labor de crear obra útil a la Humanidad.

R. NONNAST

## INDICE

### 11. GRUAS PORTICO



### 12. CASTILLETES DEL TENDIDO ELECTRICO

## 13. MASTILES DE BANDERAS



## 14. VIGAS CONTINUAS GERBER

## 15. VIGAS CALADAS



## 16. NAVES PORTICO

## 17. GRUAS MENSULA



## 18. PLUMAS DE ELEVACION

## TABLA DE SIMBOLOS

$T_{adm}$ = Tensión de trabajo admisible en $Kg/cm^2$.
$T_{adm.sold}$ = Tensión de trabajo admisible en uniones soldadas en $Kg/cm^2$.
$T$ = Tensión en $Kg/cm^2$.
$T_{sold.}$ = Tensión en uniones soldadas en $Kg/cm^2$.
$P$ = Carga o fuerza en Kg.

Todos estos símbolos pueden ir con cualquiera de los símbolos siguientes para especificar su condición: to = total; cor = cortante; c = compresión; t = tracción; trab = trabajo; f = flexión; tran = transversal; Ejemplo: $T_t$ = tensión de tracción.

$M_f$ = Momento flector en Kg. cm.
$M_e$ = Momento estático en $cm^3$.
$Q$ = Esfuerzo cortante en Kg.
$E$ = Módulo de elasticidad en $Kg/cm^2$.
$I_x$ = Momento de inercia referido al eje x-x en $cm^4$.
$I_y$ = Momento de inercia referido al eje y-y- en $cm^4$.
$I_t$ = Momento de inercia total en $cm^4$.
$I_{sold}$ = Momento de inercia de la soldadura en $cm^4$.
$R_x$ = Momento resistente referido al eje x-x en $cm^3$.
$R_y$ = Momento resistente referido al eje y-y en $cm^3$.
$R_t$ = Momento resistente total en $cm^3$.
$R_{sold.}$ = Momento resistente de la soldadura en $cm^3$.
$i_x$ = Radio de giro referido al eje x-x en cm.
$S$ = Sección en $cm^2$.
$S_{sold.}$ = Sección de la soldadura en $cm^2$.
$C$ = Carga uniformemente repartida que obra sobre toda la viga en Kg.
$R_A$ = Reacción en A en Kg.

# 11 GRUAS PORTICO

# INTRODUCCION

Este tipo de grúas se diferencia de los puentes grúas, en que tienen forma de pórtico, y se desplazan sobre dos carriles que están a la altura del suelo (fig. 265).

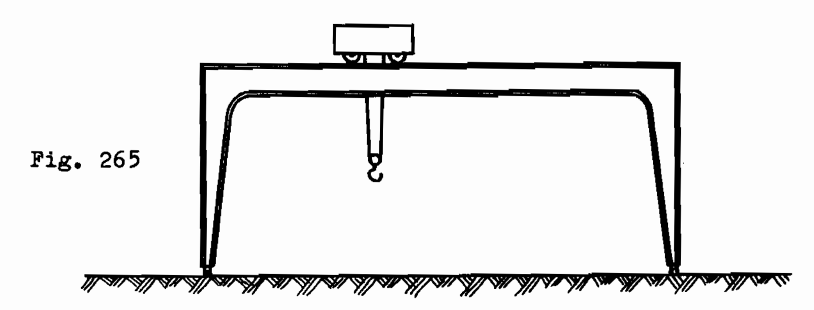


Fig. 265

Para los coeficientes de compensación ($\psi$) y de choque ($\varphi$), se pondrán utilizar los mismos que en los puentes grúa (ver pagina 250).

También para el viento se podrán tomar los mismos valores que se indican en los puentes grúa (ver pagina 251).

## CARGA VERTICAL MOVIL

La carga vertical móvil produce, en una grúa pórtico, además de un momento flector en la viga, un momento de flexión y de compresión en los soportes o patas.

Los momentos que se originan en un pórtico articulado con una carga concentrada, son los siguientes (fig. 266):

$I_1$ = Momento de inercia de las patas o soportes

I = Momento de inercia de la viga

Pórtico articulado

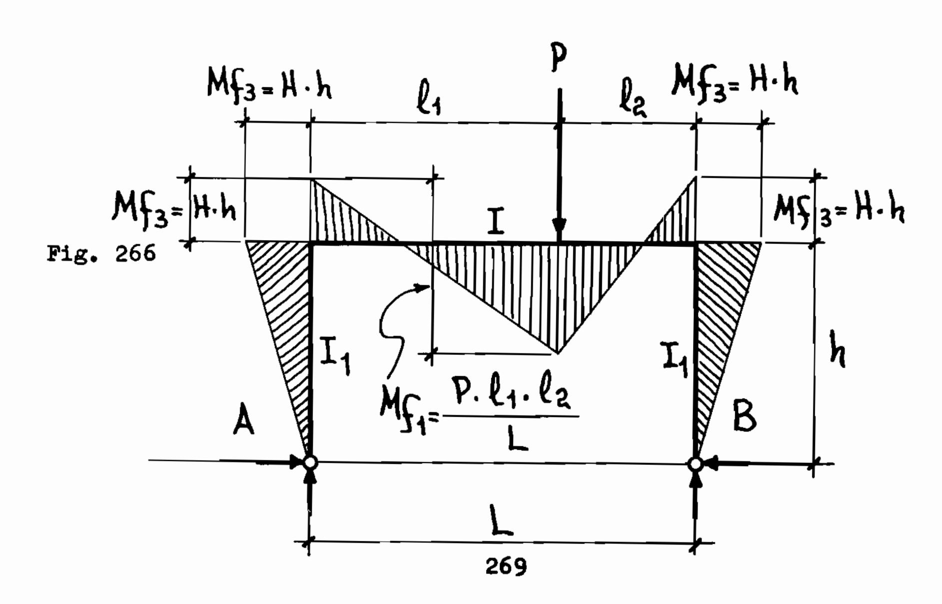



Fig. 266

$$\text{Si } I_1 = I \text{ tendremos } H = \frac{3 \cdot P \cdot l_1 \cdot l_2}{2 \cdot h \cdot ( 2 \cdot h + 3 \cdot L )}$$

$$\text{Si } I_1 \text{ no} = I \text{ tendremos } H = \frac{3 \cdot P \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot I_1}{2 \cdot h \cdot ( 2 \cdot h \cdot I + 3 \cdot L \cdot I_1)}$$

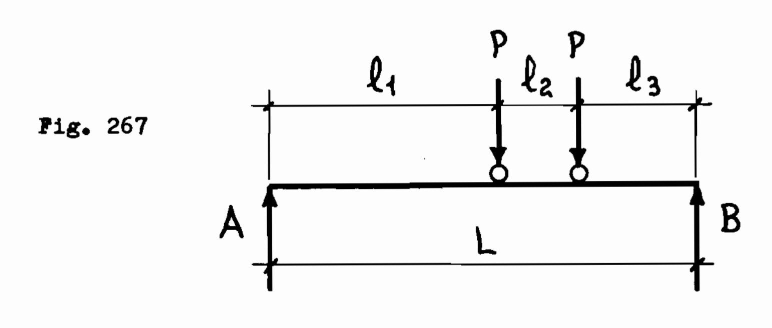
Al entrar en carga estos pórticos articulados, se producen en la unión articulada del suelo, una fuerza que tiende a abrirlo. En las - - grúas pórtico, que en su parte inferior llevan ruedas, habrá que disminuir estas fuerzas adecuadamente, para evitar que las ruedas se aprisionen contra la vía y no rueden bien. Para ello calcularemos la viga como simplemente apoyada, y los soportes o patas, como si fuera un pórtico - articulado, reforzando también convenientemente la unión de los soportes a la viga.

En las grúas pórtico, normalmente son dos cargas móviles iguales o no, y por lo tanto se hallará el momento flector máximo situando las cargas móviles en los sitios más desfavorables para la viga (la distancia $l_1$ que se indica a continuación).

## Cargas móviles iguales

En este caso el sitio más desfavorable para la viga, és cuando $l_1$ tiene la medida siguiente siendo $l_2 < 0{,}586 \cdot l$ (fig. 267).

Fig. 267




$$l_1 = \frac{1}{2} \cdot ( L - \frac{l_2}{2})$$

El momento flector máximo en la viga, será entonces con estas - cargas iguales :

$$Mf_{1max} = \frac{P}{2 \cdot L} \cdot ( L - \frac{l_2}{2} )^2$$

La flecha máxima aproximada en la viga, será con las dos cargas iguales la siguiente :

$$f = \frac{P \cdot l_1^2 \cdot (l_2 + l_3)^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot L} + \frac{P \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot l_3^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot L} \leq \frac{L}{1000}$$

Esta flecha admisible se refiere a grúas pórtico movidas electri camente. Para las movidas a mano será admisible L/500 (se le tendrá que sumar a esta flecha la producida por la carga uniformemente repartida).

La reacción máxima para calcular los soportes o patas, a compresión será cuando la carga P esté sobre el apoyo.

$$R_A = \frac{2 \cdot P}{L} \cdot (L - \frac{l_2}{2})$$

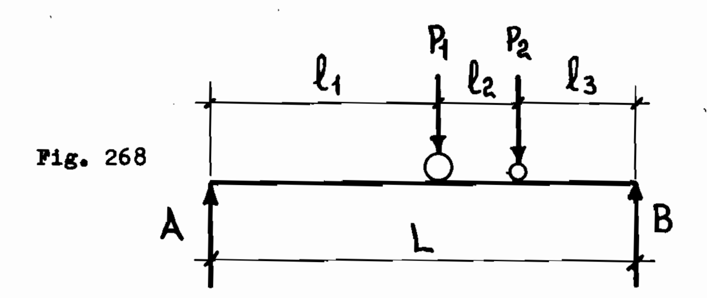
El momento flector a que están sometidos los soportes o patas, por las dos cargas móviles iguales, será (h = altura ; H ver lo anteriormente expuesto):

$$Mf_3 = H \cdot h$$

## Cargas móviles desiguales

El sitio más desfavorable en la viga, para el momento flector,es cuando $l_1$ tiene la siguiente medida (fig. 268):

Fig. 268




$$l_1 = \frac{1}{2} \cdot (L - \frac{P_2 \cdot l_2}{P_1 + P_2})$$

El momento flector máximo en la viga, será entonces con estas dos cargas desiguales :

$$Mf_{1max} = (P_1 + P_2) \cdot \frac{l_1^2}{L}$$

La flecha máxima aproximada en la viga, será con las dos cargas desiguales la siguiente:

$$f = \frac{P_1 \cdot l_1^2 \cdot (l_2 + l_3)^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot L} + \frac{P_2 \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot l_3^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot L} \leq \frac{L}{1000}$$

También esta flecha está referida a grúas pórtico movidas eléctricamente. Para las movidas a mano será admisible L/500 (se le tendrá que sumar a esta flecha la producida por la carga uniformenmente repartida).

La reacción máxima para calcular los soportes o patas, a compresión, es cuando $P_1$ está sobre A, y será la siguiente:

$$R_A = P_1 + P_2 \cdot \left(\frac{l - l_2}{L}\right)$$

El momento flector a que están sometidos los soportes o patas, por las dos cargas móviles desiguales, será (h = altura ; H ver lo anteriormente expuesto):

$$Mf_3 = H \cdot h$$

CARGA VERTICAL UNIFORMEMENTE REPARTIDA

El peso propio de la viga, produce en una grúa pórtico un momento flector en la misma viga, y un momento de flexión y de compresión en los soportes o patas.

Los momentos que se originan en un pórtico articulado, por la carga uniformemente repartida de la viga, son los siguientes (fig.269):

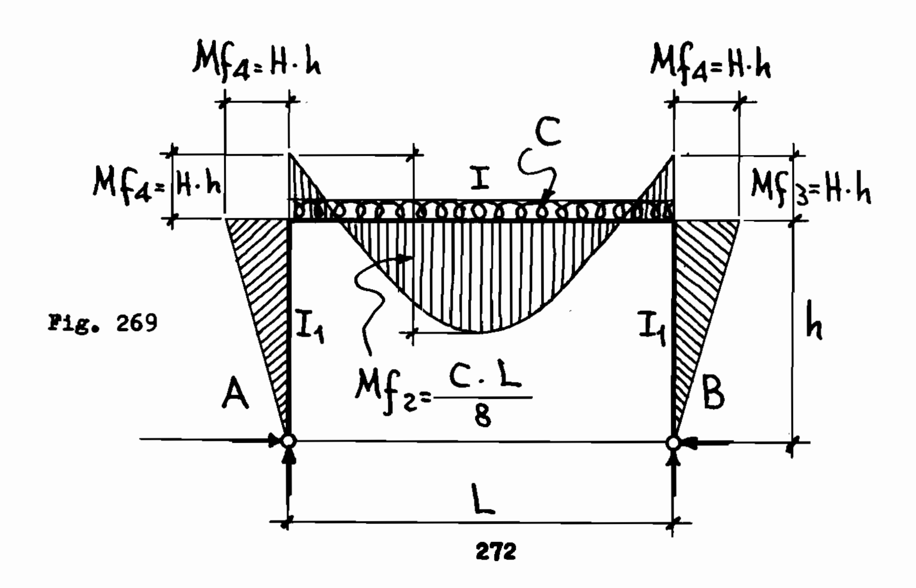



Fig. 269

$I_1$ = Momento de inercia de las patas o soportes

$I$ = Momento de inercia de la viga

$C$ = Carga uniformemente repartida sobre toda la viga

Si $I_1 = I$ tendremos $H = \dfrac{C \cdot L^2}{4 \cdot h \cdot (2 \cdot h + 3 \cdot L)}$

Si $I_1$ no = tendremos $H = \dfrac{C \cdot L^2 \cdot I_1}{4 \cdot h \cdot (2 \cdot h \cdot I + 3 \cdot L \cdot I_1)}$

Para este caso de carga uniformemente repartida, en las grúas - pórtico haremos lo mismo que se ha explicado para las cargas concentradas. Por lo tanto, la viga se calculará como simplemente apoyada, y los soportes o patas, como si fuera un pórtico articulado.

Por lo anteriormente expuesto el momento flector máximo en la viga debido al peso propio será:

$$Mf_2 = \frac{C \cdot L}{8}$$

La flecha que se produce con este tipo de carga, en una viga simplemente apoyada, será la siguiente:

$$f = \frac{5 \cdot C \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I}$$

A esta flecha se le sumará la de la carga concentrada, y las dos no deberán ser superiores a la admisible.

La reacción máxima por el peso propio de la viga, para calcularlos soportes o patas, a compresión, será:

$$R'_A = R'_B = \frac{C}{2}$$

El momento flector a que están sometidos los soportes o patas, - por el peso propio de la viga será (h = altura ; H ver lo anteriormente expuesto):

$$Mf_4 = H \cdot h$$

MOMENTO PRODUCIDO POR EL FRENADO DEL CARRO

Al frenar el carro de la grúa pórtico, se producen en las patas- o soportes el momento siguiente (fig. 270):

$P_1$ y $P_2$ = Carga móvil del carro

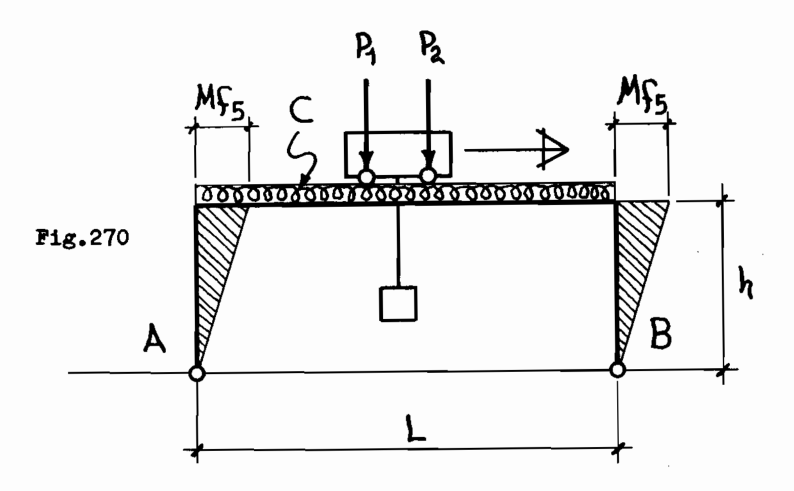


Fig.270

R = Reacción máxima por carga móvil (ver indicaciones anteriores).

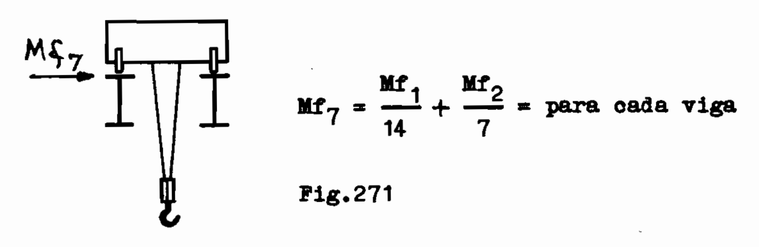
R'= Reacción máxima por carga uniformemente repartida (ver indicaciones anteriores).

$$Mf_5 = \frac{R + R'}{10 \cdot 2} \cdot h$$

Se deberá poner finales de carrera mecánicos y eléctricos, que accionen el freno del carro, para evitar que en un descuido, el carro pueda dar contra el final de la via, y se produzcan golpes fuertes bruscos.

## MOMENTO PRODUCIDO POR EL FRENADO DE LA GRUA PORTICO

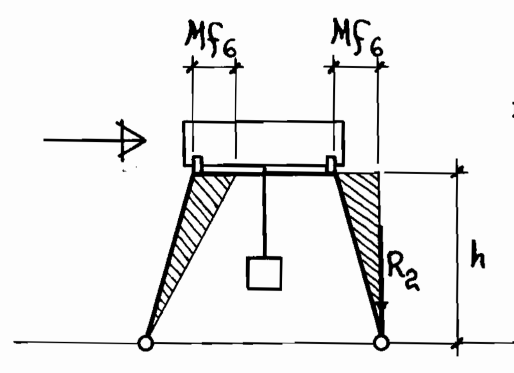
Al frenar la grúa sobre los carriles del suelo, tambien se produce un momento de flexión en las vigas, el cual será el siguiente(figura 271):




$$Mf_7 = \frac{Mf_1}{14} + \frac{Mf_2}{7} = \text{para cada viga}$$

Fig.271

Tambien los soportes o patas,reciben al frenar la grúa pórtico,- un empuje que produce el momento siguiente (fig. 272):



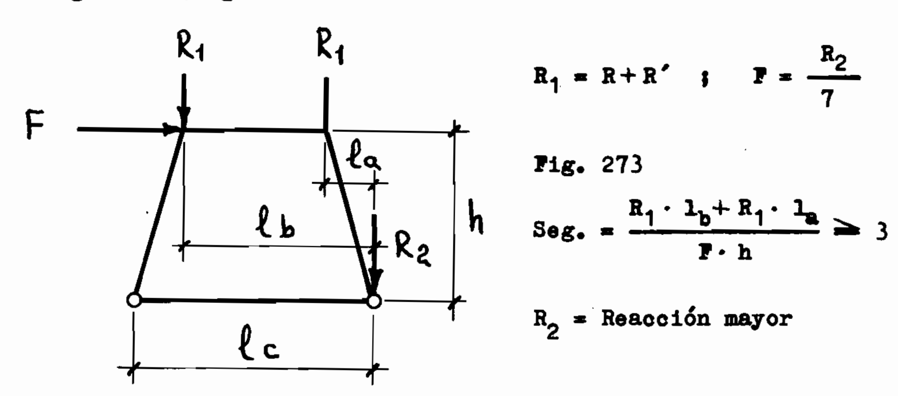

$R_2$ = Presión de la rueda más cargada

Fig. 272

$$Mf_6 = \frac{R_2}{7 \cdot 2} \cdot h$$

## SEGURIDAD CONTRA EL VUELCO

Se deberá calcular la seguridad,contra el vuelco,de la grúa pórtico. Teniendo en cuenta el movimiento de la grúa, la seguridad contra el vuelco no deberá ser inferior a 3. Su cálculo se efectuará de la forma siguiente (fig. 273):




$R_1 = R + R'$ ; $F = \frac{R_2}{7}$

Fig. 273

$$\text{Seg.} = \frac{R_1 \cdot l_b + R_1 \cdot l_a}{F \cdot h} \geq 3$$

$R_2$ = Reacción mayor

La seguridad contra el vuelco deberá ser en el sentido de las vías,y en el de las vigas (aunque en esto último solo en casos anormales hay un vuelco no admisible).

## V i e n t o

Para el esfuerzo del viento sobre las grúas pórtico,se tomarán los datos que se indican en la página 73.

## CALCULO DE UNA GRUA PORTICO PARA 5 TONELADAS

Grúa del tipo II por lo tanto coeficiente de compensación $\psi$ =1,4 Coeficiente de choque $\varphi$ = 1,2. Luz 10 metros. Altura 4 metros. Cargas del carro, 2 iguales de $\approx$ 2200 Kg(ver página 253). Separación de las

ruedas del carro en los dos sentidos 1600 mm. Tensión de trabajo admisible 1200 Kg/cm2, por lo tanto no se tiene en cuenta el viento. Las cargas del carro que se han dado, son para cada viga, normalmente se tomarán estos datos de los catálogos de las casas fabricantes de carros, o del carro que se proyecte.

## Esquema de la grúa con cargas

(Figuras 274 y 275)

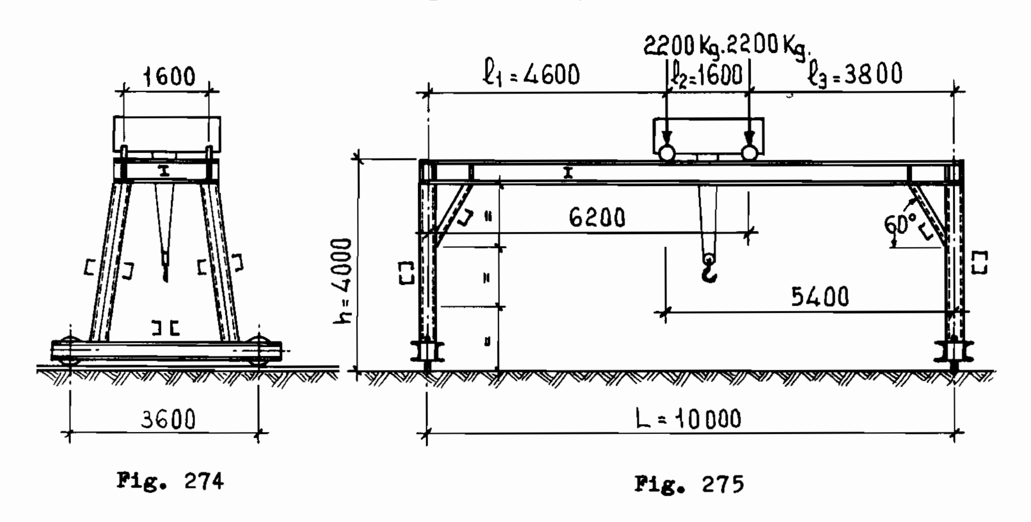



Fig. 274 Fig. 275

La distancia $l_1$ más desfavorable para el momento flector, es la siguiente:

$$l_1 = \frac{1}{2} \cdot (1000 - \frac{160}{2}) = 460 \text{ cm}$$

## VIGAS DE LA GRUA PORTICO

### Cargas verticales

El momento flector máximo de la viga, debido a las dos cargas móviles del carro será:

$$Mf_1 = \frac{2200}{2 \cdot 1000} \cdot (1000 - \frac{160}{2})^2 = 931040 \text{ Kg cm}$$

A las vigas se le soldarán al ala superior unas pletinas de 16 · 80 mm a cada lado, las cuales absorberán los esfuerzos horizontales - - (fig. 276). El momento flector máximo de la viga debido a su peso propio, con viga de IPN 45, más el del carril de 45 · 45 mm, más el de las - pletinas, será el siguiente:

$$Mf_2 = \frac{10 \cdot 151 \cdot 1000}{8} = 188750 \text{ Kg cm}$$

Cargas horizontales

El momento flector máximo de la viga debido a la carga móvil y al peso propio de la viga será el siguiente :

$$Mf_7 = \frac{931040}{14} + \frac{188750}{7} = 93467 \text{ Kg cm}$$

Viga IPN 45 tensión de trabajo teniendo en cuenta las cargas verticales

$$T_{trab} = \frac{1{,}4 \cdot 931040 + 1{,}2 \cdot 188750}{2040} = 759 \text{ Kg/cm2}$$

Flecha de la viga teniendo en cuenta las cargas verticales

La flecha admisible para este tipo de grúas es igual a la luz dividido por 1000, que en éste caso nos da 1cm.

Carga móvil

$$f_1 = \frac{2200 \cdot 460^2 \cdot 540^2}{3 \cdot 2100000 \cdot 45850 \cdot 1000} = 0{,}47 \text{ cm}$$

$$f_2 = \frac{2200 \cdot 620^2 \cdot 380^2}{3 \cdot 2100000 \cdot 45850 \cdot 1000} = 0{,}42 \text{ cm}$$

Peso propio

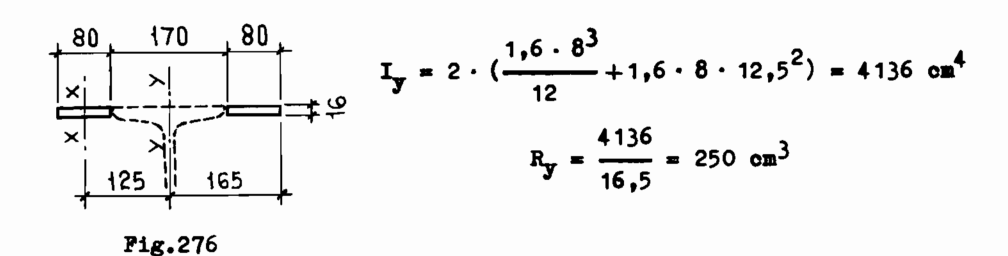
$$f_3 = \frac{5 \cdot 151 \cdot 10 \cdot 1000^3}{384 \cdot 2100000 \cdot 45850} = 0{,}20 \text{ cm}$$

$$\text{Total} = 0{,}47 + 0{,}42 + 0{,}20 = 1{,}09 \text{ cm}$$

Como la flecha admisible es 1 cm, se puede dar por bueno.

Momento de inercia y resistente, de las pletinas soldadas a ambos lados del ala superior de la viga.

( Fig. 276)




$$I_y = 2 \cdot \left(\frac{1{,}6 \cdot 8^3}{12} + 1{,}6 \cdot 8 \cdot 12{,}5^2\right) = 4136 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{4136}{16{,}5} = 250 \text{ cm}^3$$

Fig.276

**Tensión de trabajo en las pletinas, teniendo en cuenta los esfuerzos horizontales.**

$$T_{trab} = \frac{93467}{250} = 373 \text{ Kg/cm}^2$$

**Flecha horizontal, teniendo en cuenta la carga móvil y el peso propio.**

**Carga móvil**

$$f_4 = \frac{(2200/14) \cdot 460^2 \cdot 540^2}{3 \cdot 2100000 \cdot 4136 \cdot 1000} = 0{,}37 \text{ cm}$$

$$f_5 = \frac{(2200/14) \cdot 620^2 \cdot 380^2}{3 \cdot 2100000 \cdot 4136 \cdot 1000} = 0{,}33 \text{ cm}$$

**Peso propio**

$$f_6 = \frac{(151 \cdot 10/7) \cdot 5 \cdot 1000^3}{384 \cdot 2100000 \cdot 4136} = 0{,}32 \text{ cm}$$

$$\text{Total} = 0{,}37 + 0{,}33 + 0{,}32 = 1{,}02 \text{ cm}$$

Luego se puede dar tambien por bueno.

En las vigas de I PN 45 se tendrá que mirar si el alma necesita enderezadores, o sí hay que ponérselos para trasladar la carga móvil al ala inferior (ver página 49).

SOPORTES O PATAS

Los soportes están sometidos a flexión; 1º por la carga móvil, 2º por el peso propio de la viga, 3º por el frenado en el sentido de -

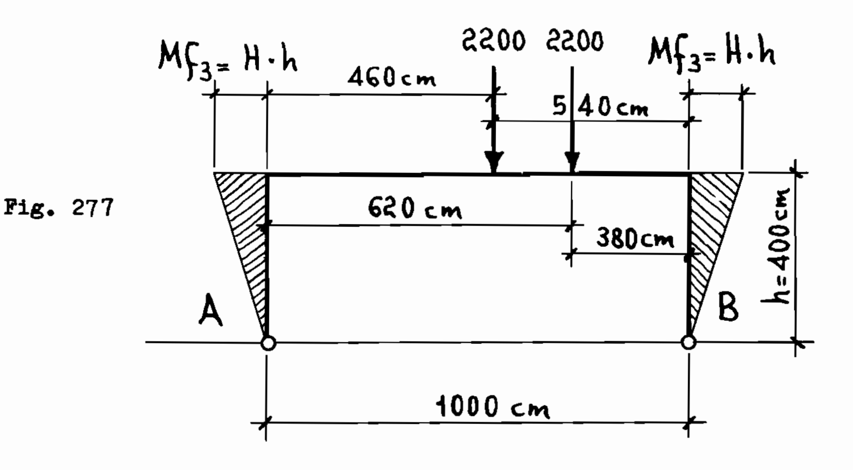
las vigas, 4º por el frenado de la grúa en el sentido de las vías.

A cotinuación se irán exponiendo todos estos esfuerzos y momentos flectores, con los cuales se hallará el perfil adecuado. Se probará con dos U PN 22 unidas, cuyas alas estarán puestas en el sentido de las vías de la grúa pórtico.

## 1º Flexión por carga móvil

Esta carga se supondrá en el sitio más desfavorable que es siendo $l_1$ = 460 cm. $H = H_1 + H_2$ (fig. 277).

Fig. 277




$$H_1 = \frac{3 \cdot 2200 \cdot 460 \cdot 540 \cdot 5380}{2 \cdot 400 \cdot (2 \cdot 400 \cdot 45850 + 3 \cdot 1000 \cdot 5380)} = 210 \text{ Kg}$$

$$H_2 = \frac{3 \cdot 2200 \cdot 620 \cdot 380 \cdot 5380}{2 \cdot 400 \cdot (2 \cdot 400 \cdot 45850 + 3 \cdot 1000 \cdot 5380)} = 199 \text{ Kg}$$

$$Mf_3 = (210 + 199) \cdot 400 = 163600 \text{ Kg cm}$$

## 2º Flexión por carga uniformemente repartida

(Fig. 278)

$$H_3 = \frac{1510 \cdot 1000^2 \cdot 5380}{4 \cdot 400 \cdot (2 \cdot 400 \cdot 45850 + 3 \cdot 1000 \cdot 5380)} = 97 \text{ Kg}$$

$$Mf_4 = 97 \cdot 400 = 38800 \text{ Kg cm}$$

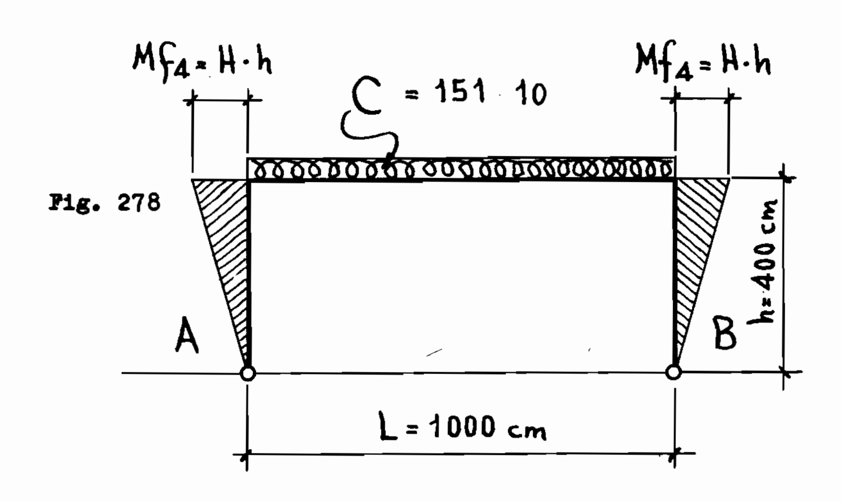


Fig. 278

## 3º Frenado en el sentido de las vigas

(Fig. 279)

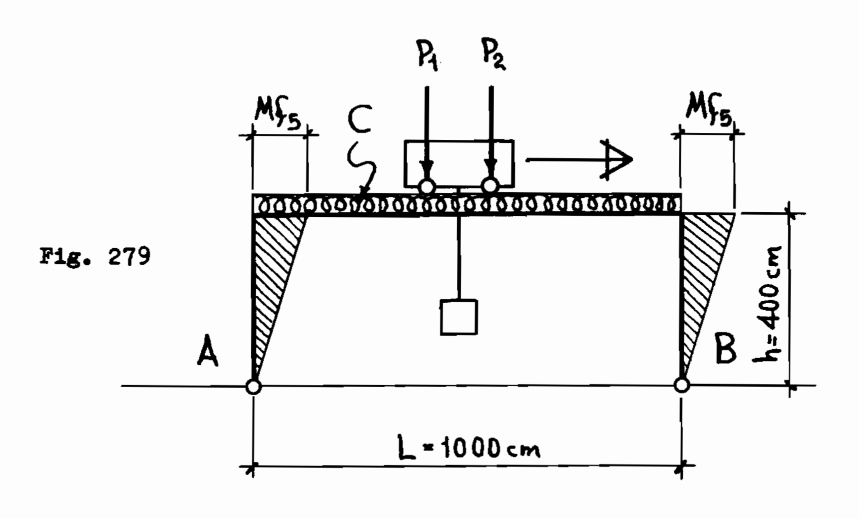


Fig. 279

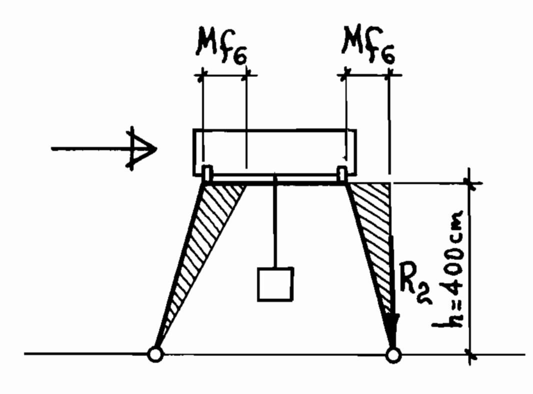
$$R = \frac{2 \cdot 2200}{1000} \cdot \left(1000 - \frac{160}{2}\right) = 4048 \text{ Kg}$$

$$R' = \frac{151 \cdot 10}{2} = 755 \text{ Kg}$$

$$Mf_5 = \frac{4048 + 755}{10 \cdot 2} \cdot 400 = 96060 \text{ Kg cm}$$

**4º Frenado en el sentido de las vías**

(Fig. 280)




$R_2$ = 5600 Kg aprox.

Fig. 280

$$Mf_6 = \frac{5600}{7 \cdot 2} \cdot 400 = 160000 \text{ Kg cm}$$

**Tensión de trabajo en los perfiles de los soportes o patas**

El momento resistente en el sentido de las alas, teniendo en - - cuenta que son dos U PN 22 unidas, será el siguiente:

$$I_{y'} = (197 + 37{,}4 \cdot 5{,}86^2) \cdot 2 = 2962 \text{ cm}^4$$

$$R_{y'} = \frac{2962}{8} = 370 \text{ cm}^3$$

En el otro sentido el momento resistente es igual a 490 $cm^3$

Tensión de trabajo por el momento flector

$$T_{trab} = \frac{163600 + 38800 + 96060}{490} + \frac{160000}{370} = 1040 \text{ Kg/cm}^2$$

**Tensión de trabajo por compresión**

$$i = \sqrt[2]{\frac{2962}{74{,}8}} = 6{,}29 \text{ cm} \; ; \; \lambda = \frac{400}{6{,}29} = 64 \; ; \; \omega = 1{,}34$$

$$T_{trab} = \frac{(4048 + 755) \cdot 1{,}34}{74{,}8} = 87 \text{ Kg/cm}^2$$

**Tensión de trabajo total = 1040 + 87 = 1127 $Kg/cm^2$**

**luego son admisibles las 2 U PN 22**

**Arriostramiento de los soportes o patas a la viga**

**Para aminorar lo más posible el rozamiento lateral de las ruedas sobre la vía (las ruedas llevaran doble pestaña), se pondrá un arriostramiento entre los soportes o patas y la viga. En este caso, ateniéndose a los perfiles que han salido, se pondrá una U PN 16 como se indica en la figura 275.**

---

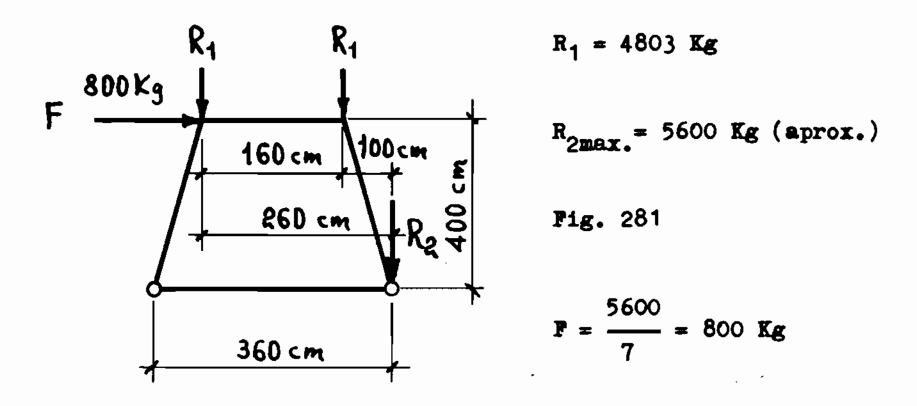
**El "perfil" de la viga que soportá al mecanismo de traslación y que alojara a las ruedas, se calculará teniendo en cuenta las normas generales de las vigas. Su sección irá también determinada por la unión de las patas con esta viga.**

**SEGURIDAD COTRA EL VUELCO**

**La fuerza máxima que origina el vuelco en el sentido de las vías será la siguiente:**

$$F = \frac{R_2}{7} = \text{fuerza de frenado}$$

**Teniendo en cuenta las distancias que se indican al principio, tendremos el siguiente esquema de fuerzas (fig. 281):**




**$R_1$ = 4803 Kg**

**$R_{2max.}$ = 5600 Kg (aprox.)**

**Fig. 281**

$$F = \frac{5600}{7} = 800 \text{ Kg}$$

**(Para dar más secillez al ejemplo, despreciaremos el peso propio del restante de la grúa pórtico, dándole de este modo mayor seguridad).**

**Seguridad contra el vuelco**

$$\text{Seg.} = \frac{4803 \cdot 260 + 4803 \cdot 100}{800 \cdot 400} = 3{,}9 \text{ luego és admisible}$$

# 12 CASTILLETES DEL TENDIDO ELECTRICO

## TIPOS DE CASTILLETES

a) Castilletes de sustentación.- Estos castilletes solo sirven para sostener los conductores, y su colocación es en linea recta.

b) Castilletes de anclaje.- Estos castilletes se colocan distanciados - entre sí en las lineas rectas, de 2 a 3 kilómetros, también se adoptarán en ángulos y finales de líneas, siendo su misión el soportar - los esfuerzos unilaterales. Los castilletes de anclaje deberán poder resistir también la rotura de todos los cables.

## SEPARACION DE LOS CASTILLETES

La separación variará según la sección de los conductores, y el- número de cables. Por la tabla 39 se podrá escoger la separación más - económica.

TABLA 39

| Cables | 3 | 6 | 6 | 6 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| Conductores | 35 $mm^2$ | 35 $mm^2$ | 50 $mm^2$ | 120 $mm^2$ | 195 $mm^2$ |
| Tensión | 30 KV | 30 KV | 50 KV | 110 KV | 220 KV |
| Separación | 160 m | 200 m | 240 m | 260 m | 350 m |

## FORMA DE LOS CASTILLETES

La forma de los castilletes puede ser muy diversa, dependiendo - principalmente de su altura y de los conductores que tenga que soportar. A continuación se dan tres ejemplos de ellos, figuras 282, 283 y 284. - Para la anchura a nivel del suelo se podra utilizar la fórmula $a = L/9$, siendo "L" la altura del castillete (desde el suelo). Para la anchura- en la parte superior, se pondrá $a/2,5$ (estas medidas están referidas a la figura 282).

## ESFUERZOS A QUE ESTAN SOMETIDOS LOS CASTILLETES

Los castilletes están sometidos a los siguientes esfuerzos:

a) Peso propio de los conductores, aisladores y del castillete.

b) Presión del viento en los conductores y en el castillete.

c) Esfuerzos unilaterales (vanos no iguales, distintas alturas).

d) Esfuerzos de torsión (número de cables no simétricos, rotura de los- cables).

## SEPARACION DE LOS CONDUCTORES

Para darle la separación debida a los conductores en los castilletes,se podran usar las fórmulas siguientes:

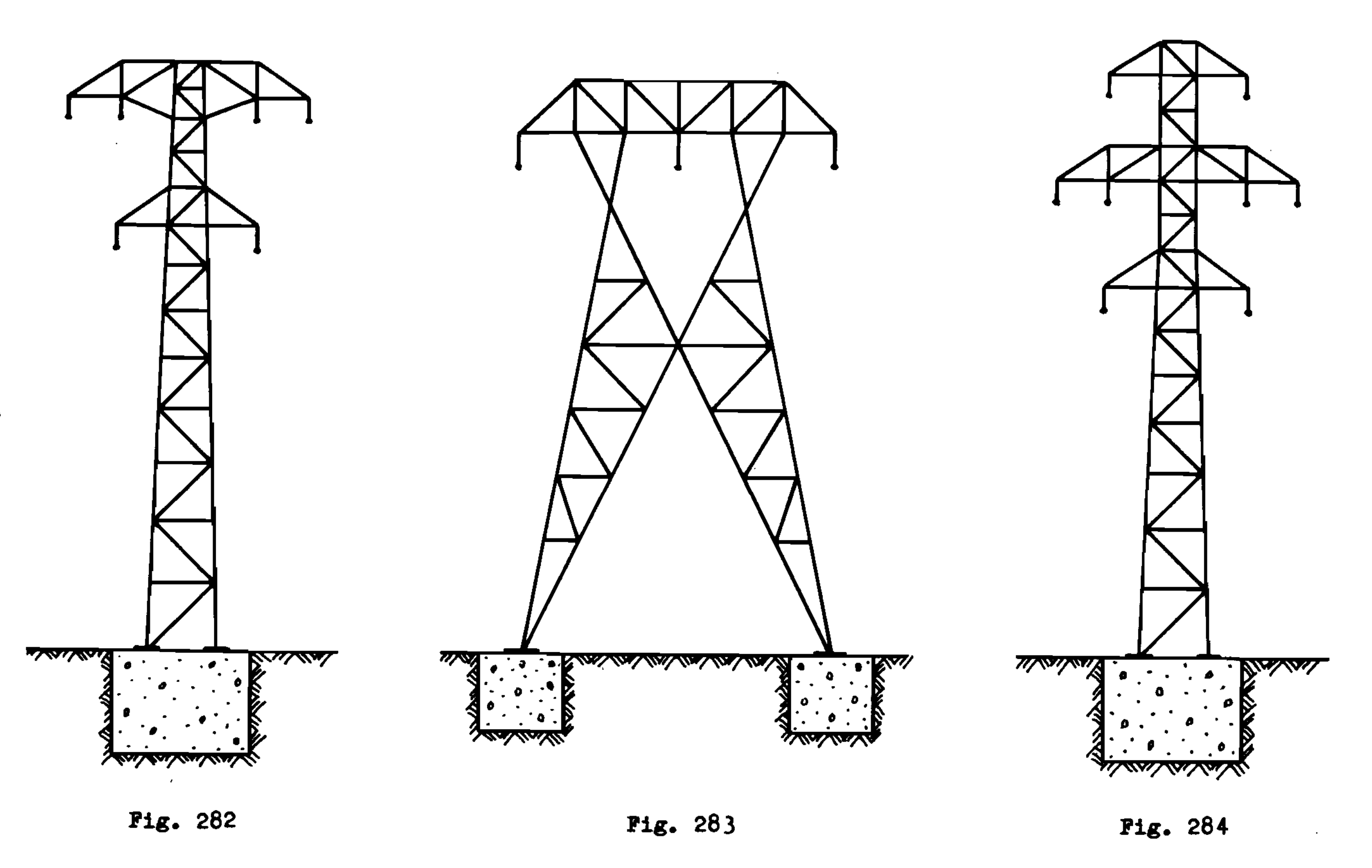


Fig. 282

Fig. 283

Fig. 284

$$l_1 = K \cdot \sqrt[2]{f_{max.}} + \frac{V}{150} \text{ en tensiones} < 66 \text{ KV}$$

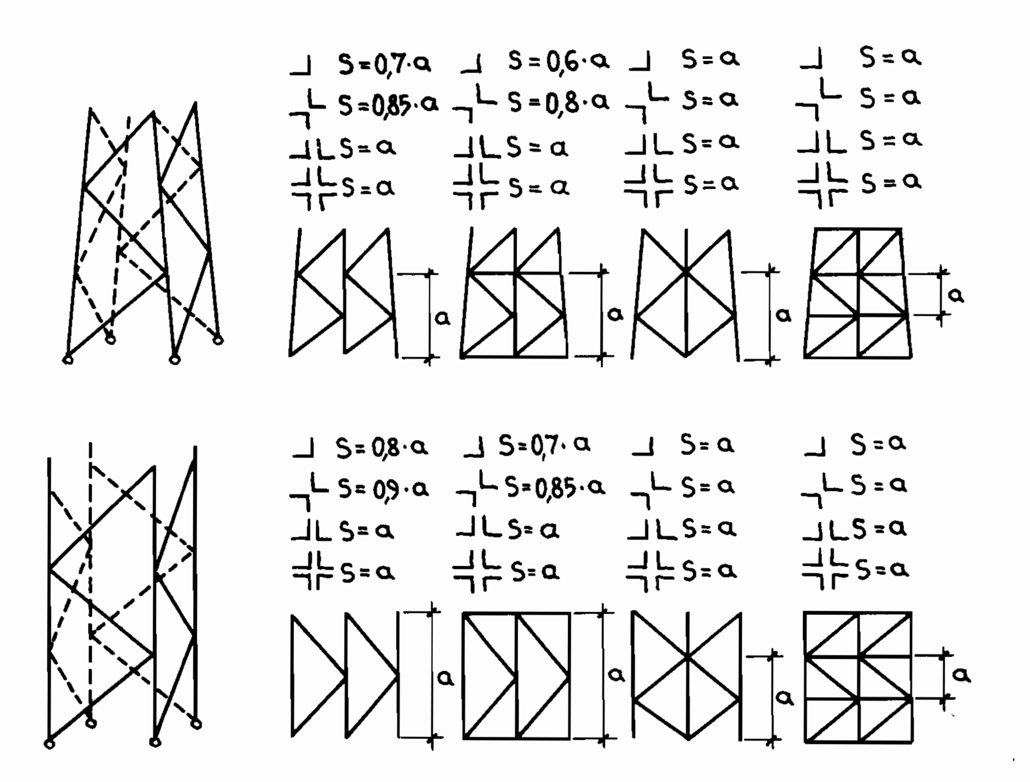
$$l_1 = K \cdot \sqrt[2]{f_{max.}} + \frac{V^2}{20000} \text{ en tensiones} > 66 \text{ KV}$$

$l_1$ = distancia mínima en metros; f = flecha en metros ; V = tensión en-kilovoltios; K = 0,75 para conductores de cobre y 1 para los de aluminio.

## LONGITUD DE PANDEO DE LAS BARRAS

La longitud de pandeo de los perfiles de los castilletes está de-terminada por la disposición de las barras y el número de ellas. Por las normas que se dan a continuación (fig. 285), se podrá ver la longitud "S" que hay que tener en cuenta para el cálculo de los castilletes-(la inclinación de las diagonales estará comprendida entre los 40 y los 55°).

Fig. 285



## ALTURA DE LOS CONDUCTORES AL SUELO

La altura de los cables al suelo será normalmente de 6 metros,en casos excepcionales de cables inclinados, sitios difíciles,etc., se podrá poner de 4 a 5 metros.

## ESTABILIDAD DEL CASTILLETE

La estabilidad del castillete (ver figura 286), deberá ser superior en 1,5 a 2 veces el esfuerzo de vuelco, por lo tanto tendremos:

Fig. 286

$$H \cdot (h+a) \cdot 1,5 = (P+P_1) \cdot \frac{b}{2}$$

$$1,5 = \frac{(P+P_1) \cdot \frac{b}{2}}{H \cdot (h+a)}$$

P = Peso del castillete

$P_1$ = Peso del fundamento

## CALCULO DE LA FLECHA EN LOS CONDUCTORES

### Peso propio de los conductores

Para el peso propio de los conductores,se multiplicará su sección por la longitud y por el peso específico siguiente:

Cobre = 8,95

Aluminio = 2,60

Bronce = 8,90

### V i e n t o

El esfuerzo del viento a que están sometidos los cables, expresado en Kg por metro, se obtendrá de la fórmula siguiente:

$V = 1,2 \cdot x \cdot D$ cuando el diámetro sea hasta 12,5 mm

$V = 1,1 \cdot x \cdot D$ cuando el diámetro sea de 12,5 a 15,8 mm

$V = 1,0 \cdot x \cdot D$ cuando el diámetro sea mayor de 15,8 mm

D = diámetro del cable en metros (se le aumentará debidamente si se prevee hielo).

Por la tabla 40, se podrá sacar el valor de "x". Su valor como se verá por dicha tabla, cambia según la altura a que esten colocados los cables.

TABLA 40

Valor de "x" en cables de castilletes

| Altura sobre el piso en metros | valor x |
|---|---|
| 0 a 15 | 44 |
| 15 a 40 | 53 |
| 40 a 100 | 68 |
| 100 a 150 | 86 |
| 150 a 200 | 95 |

## Aumento del peso de los conductores por el hielo

En las zonas en que se prevean heladas se aumentará el peso de los conductores. El peso por metro de conductor expresado en gramos será el siguiente:

Hasta 1000 metros de altura sobre el nivel del mar

$$P = 180 \cdot \sqrt{D} \quad ; \quad D = \text{Diámetro en mm}$$

En zonas situadas a más de 1000 metros de altura sobre el nivel del mar.

$$P = 360 \cdot \sqrt{D} \quad ; \quad D = \text{Diámetro en mm}$$

## Esfuerzo a que están sometidos los conductores

El esfuerzo de tracción a que están sometidos los conductores, por metro es el siguiente:

$$P_1 = \sqrt[2]{q_1^2 + q_2^2}$$

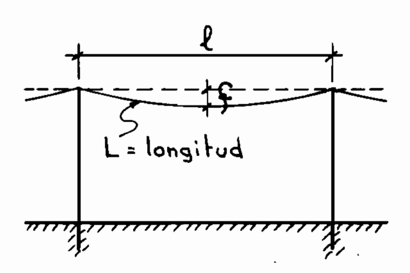
$q_1$ = Peso propio del conductor por metro + peso del hielo por metro

$q_2$ = Esfuerzo del viento por metro

## Cálculo de la flecha

Para que el conductor pueda soportar los esfuerzos a que está sometido por el peso propio, el peso del hielo y el viento, se le tendrá que dar una flecha determinada al tendido eléctrico (ver figura 287). Ésta flecha se calculará por la fórmula siguiente:

$$H = \frac{P_1 \cdot l^2}{8 \cdot f} \; ; \; f = \frac{P_1 \cdot l^2}{8 \cdot H} \; ; \; L = l + \frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l}$$




H = Carga admisible en Kg, en un cable (Sección cable · tracción admisible).

$P_1$ = Esfuerzo a que está sometido el cable por metro, en Kg.

Fig. 287

f, l, L en metros

Por lo tanto, para hallar la flecha admísible se hallará primero ésta, con la temperatura minima que se prevea en la zona que se han de montar los conductores. Luego se calculará la longitud, y a continuación con la temperatura que haga durante el montaje, se calculará la longitud que aumenta el conductor por la dilatación térmica. Se sumará este aumento a la longitud primitiva y se calculará la flecha de montaje por - la fórmula siguiente:

$$f_1 = \sqrt[2]{\frac{3 \cdot l \cdot (L_1 - l)}{8}}$$

$L_1$ = Longitud primitiva + aumento por dilatación térmica.

## Tensión de tracción admisible en los conductores

Para la tensión de tracción admisible en los conductores, se tomarán los valores siguientes:

| | |
|---|---|
| Cobre | = 19 Kg/mm$^2$ |
| Aluminio | = 8 Kg/mm$^2$ |
| Acero-aluminio | = 11 Kg/mm$^2$ |
| Bronce | = 30 Kg/mm$^2$ |

## Dilatación térmica de los conductores

Para la dilatación térmica en los conductores, se tomarán los valores siguientes por grado y metro:

| | |
|---|---|
| Cobre | = 0,016 mm |
| Aluminio | = 0,023 mm |
| Bronce | = 0,018 mm |

## VIENTO SOBRE LOS PERFILES DEL CASTILLETE

Para el esfuerzo del viento sobre el castillete, se tomarán los - datos que se indican a continuación:

$$V = 2{,}6 \cdot x \cdot S$$

S = Superficie que se ve de los perfiles en una sola cara del castillete, en $m^2$.

V = Valor en Kg.

TABLA 41

Valor de "x" para perfiles de castilletes

| Altura sobre el piso en metros | Perfiles del mástil valor x | Crucetas y aisladores valor x |
|---|---|---|
| 0 - 15 | 55 | 55 |
| 15 - 40 | 70 | 70 |
| 40 - 50 | 90 | 90 |
| 50 - 100 | 99 | 90 |
| 100 - 150 | 127 | 115 |
| 150 - 200 | 138 | 125 |

Desde 50 metros de altura del suelo, está considerado el empuje del viento en las esquinas del mástil, según normas.

## CALCULO DE UN CASTILLETE DE SUSTENTACION

(anteproyecto)

Para el cálculo de este castillete tenemos los dàtos siguientes: Tensión 30 KV. Número de cables 6. Sección de un conductor 38 $mm^2$=7 mm de diámetro. Separación entre castilletes 200 metros. Forma del castillete, como el de la figura 282. Conductores de cobre. Situación, a menos de 1000 metros sobre el nivel del mar. No se prevee hielo. Temperaturas, minima - 5°C, máxima 55°C. Terreno semi-horizontal. Tensión de trabajo de los perfiles 1400 $Kg/cm^2$.

### Carga de los conductores por metro lineal

Peso propio por metro = 0,0038 · 10 · 8,95 = 0,34 Kg

Esfuerzo del viento por metro = 1,2 · 0,007 · 53 = 0,44 Kg

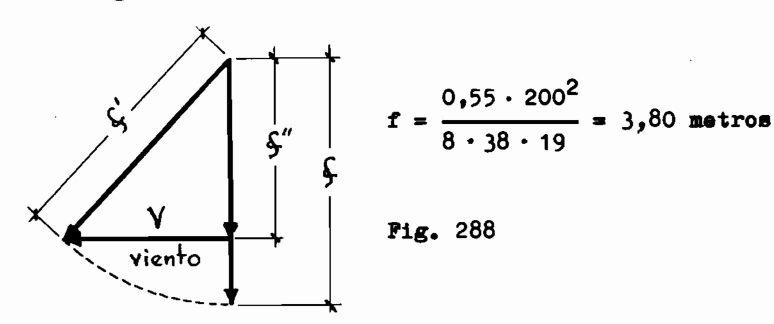
Total 0,78 Kg

La carga que soporta el conductor por metro lineal, por peso propio y viento, será:

$$P_1 = \sqrt[2]{0,34^2 + 0,44^2} = 0,55 \text{ Kg}$$

## Flecha que tienen los cables con la mínima temperatura

Se tendrá en cuenta en esta flecha, el peso propio y el viento.- De esta manera dará una flecha, con la tensión admisible del cable, que aunque está calculada inclinada, luego al cesar el viento, quedará vertical (ver figura 288).




$$f = \frac{0,55 \cdot 200^2}{8 \cdot 38 \cdot 19} = 3,80 \text{ metros}$$

Fig. 288

f'= Flecha con peso propio + viento, y tensión del cable admisible.

f''= Flecha con peso propio, y tensión del cable admisible.

f = Flecha sin viento, con peso propio, y teniendo previsto el viento.

## Flecha de montaje haciéndolo a una temperatura de + 20° C

$$L = 200 + \frac{8 \cdot 3,8^2}{3 \cdot 200} = 200,192 \text{ metros}$$

Aumento del conductor por la temperatura $200,192 \cdot 25 \cdot 0,016 = 80$ mm

$$L_1 = 200,192 + 0,08 = 200,272 \text{ metros}$$

$$f_1 = \sqrt[2]{\frac{3 \cdot 200 \cdot (200,272 - 200)}{8}} = 4,51 \text{ metros}$$

## Esfuerzo a que están sometidos los cables durante el montaje, no habiendo viento y a + 20°C.

$$\text{Esfuerzo} = \frac{0,34 \cdot 200^2}{8 \cdot 4,51} = 376,9 \text{ Kg}$$

Los cables se montarán por lo tanto, con esta tensión en cada - uno, y así quedarán con la flecha adecuada.

### Flecha que tienen los cables con la máxima temperatura

Aumento del conductor por la temperatura = 200,192 · 60 · 0,016 = 192 mm

$$L_3 = 200,192 + 0,192 = 200,384 \text{ metros}$$

$$f_2 = \sqrt[2]{\frac{3 \cdot 200 \cdot (200,384 - 200)}{8}} = 5,36 \text{ metros}$$

### Altura del castillete

Dado que el terreno tiene algunas irregularidades, el castillete tendrá de altura hasta los primeros cables; los 6 metros que tienen que haber del suelo a los conductores, más - los 5,36 metros de la flecha, más la - - irregularidad del terreno de 0,6 metros, o séa aproximadamente 12 metros.

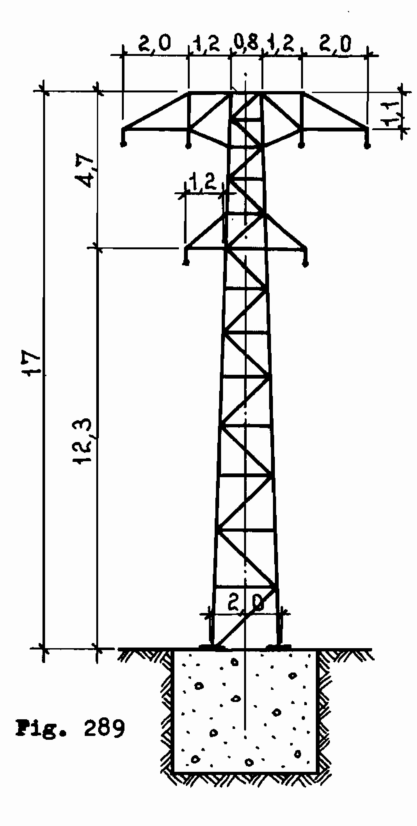



Fig. 289

Separación minima de los conductores:

$$l_1 = 0,75 \cdot \sqrt{5,36} + \frac{30}{150} = 1,93 \approx 2 \text{ metros}$$

Para la altura total le pondremos 17 metros, teniendo en cuenta los 4 conductores que hay arriba. Ver figura 289.

### Cálculo del brazo superior e inferior

El esfuerzo que tienen que soportar las barras de los brazos, debido al peso propio del cable y la cruceta, y al viento, lo tenemos representado en las - figuras 290 a 293.

Peso por cable y cruceta = P = (0,34 · 200) + 40 = 108 Kg

Esfuerzo por viento, en el cable y en aisladores = V = (0,44 · 200) + 12 = 100 Kg

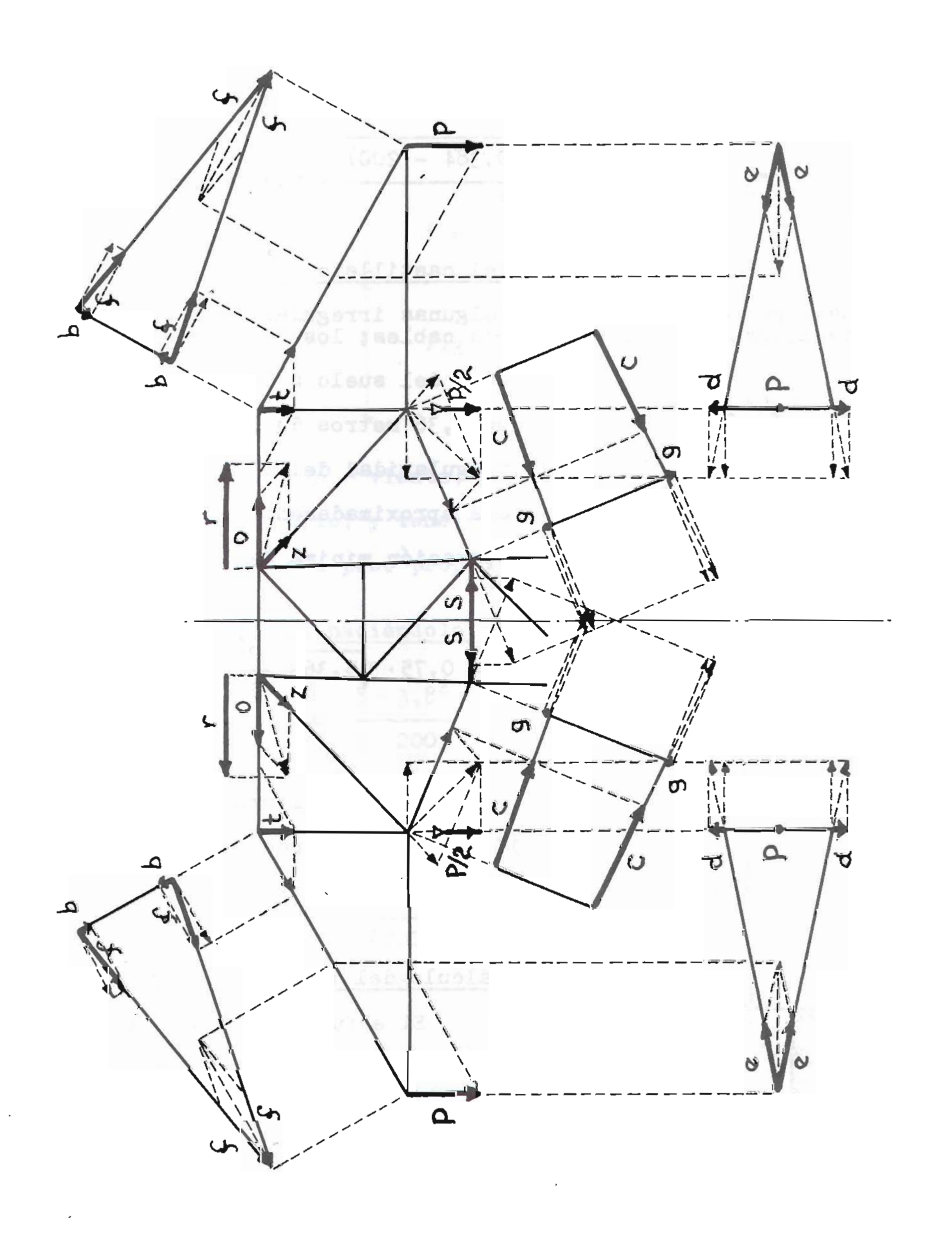


Fig.290

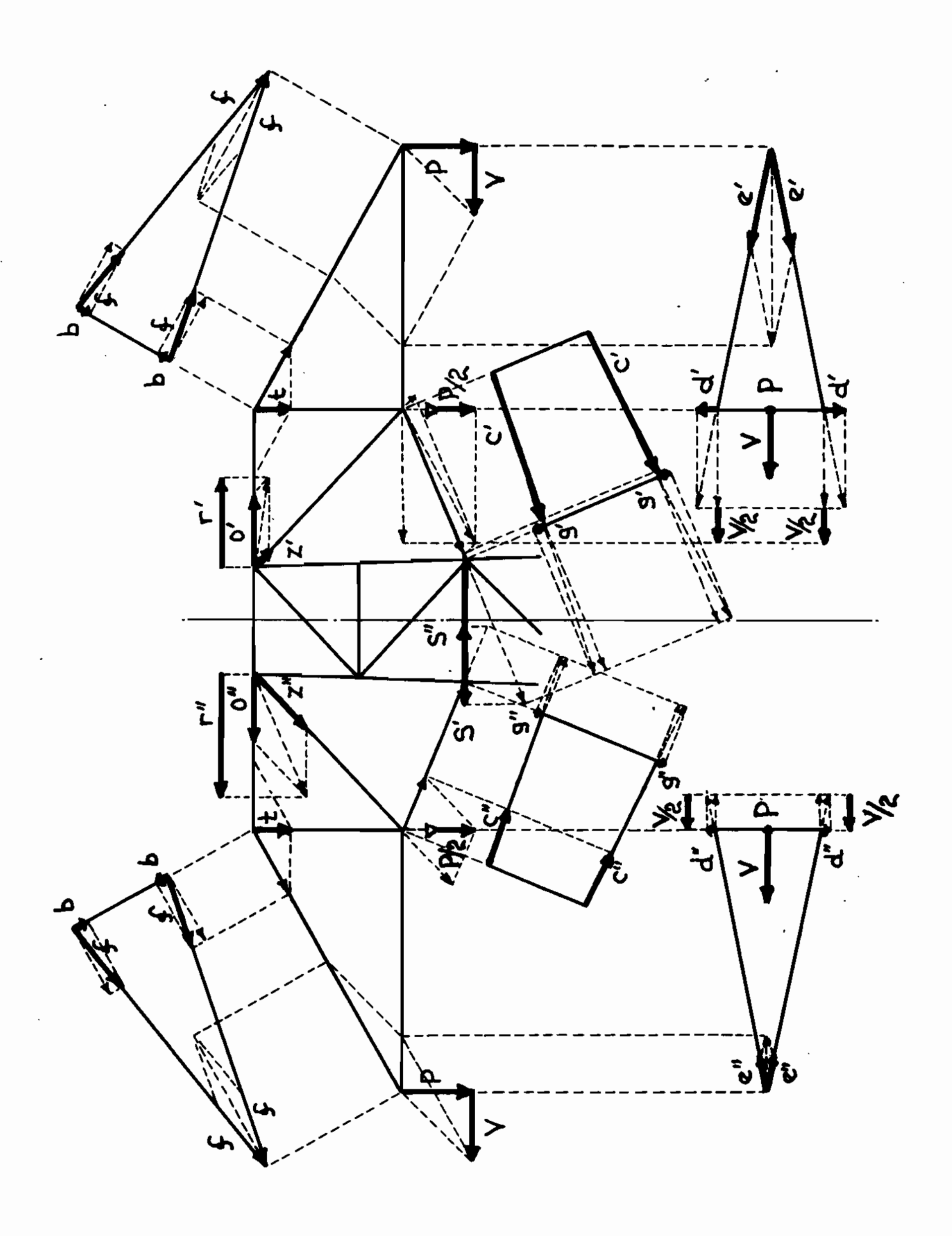



Fig.291

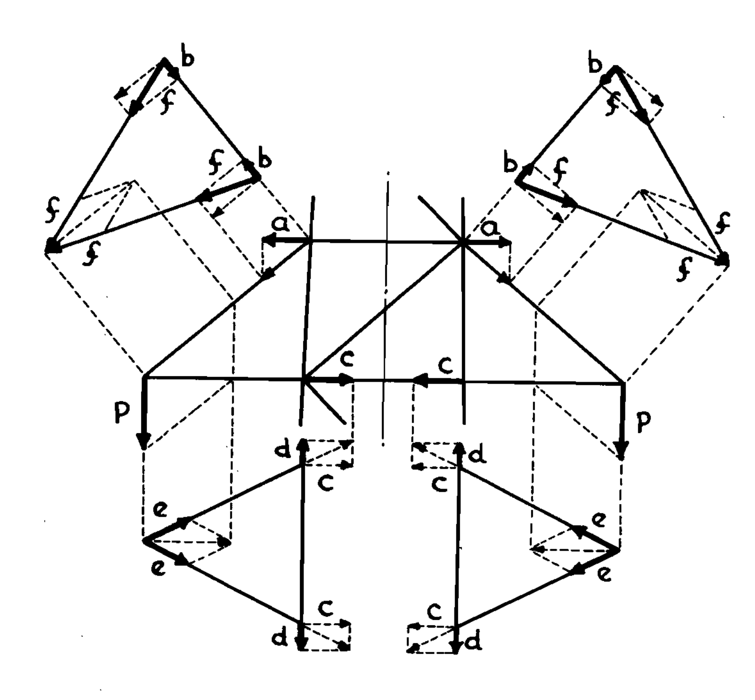



Fig.292

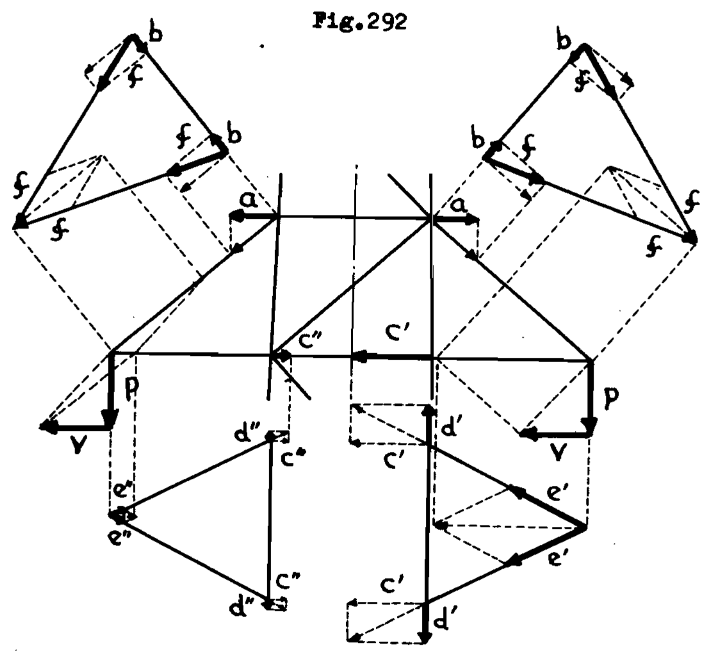



Fig.293

Midiendo con la escala que se dibujaron las fuerzas P y V, las - flechas de trazo grueso en cada barra, tendremos el esfuerzo a que es-- tán sometidas cada una de ellas. De los dos casos que hay calculados en cada cruceta (sin viento y con viento), se escogerá en cada barra el es fuerzo mayor de ellos. En el ejemplo que se ha puesto aqui, las fuerzas de cálculo de las barras serán las b,f,t,o,c',z'',d',y la e'en la cruceta - superior, y las f y e'en la cruceta inferior. Se hace constar aqui, que la barra de la cruceta superior que está entre las fuerzas d, trabaja - también a flexión,por el peso propio del cable y el viento.

Los valores de las fuerzas a que están sometidas cada barra, se- pondrán en el cuadro 6, junto con la longitud de la barra y el tipo de- tensión a que está sometida la misma. Con estos datos y con ayuda de la tabla de la página 210 y 213, obtendremos los perfiles adecuados. Como- perfil menor pondremos el angular de 35·35·4,y para los mayores solo se tomarán los del espesor más usado (en este ejemplo que se pone).

CUADRO 6

| Barra | Luz m | Tensión | Esfuerzo Kg | 1 ⅃ angular |
|---|---|---|---|---|
| Cruceta superior | | | | |
| b | 0,80 | Compresión | 20 | 35 · 35 · 4 |
| f | 2,25 | Tracción | 110 | 35 · 35 · 4 |
| t | 1,20 | Compresión | 50 | 35 · 35 · 4 |
| o | 1,15 | Tracción | 100 | 35 · 35 · 4 |
| c' | 1,20 | Compresión | 220 | 35 · 35 · 4 |
| z'' | 1,60 | Tracción | 110 | 35 · 35 · 4 |
| d' | 0,80 | Tracción | 30 | + flexión |
| e' | 1,95 | Compresión | 150 | 40 · 40 · 4 |
| Cruceta inferior | | | | |
| f | 1,65 | Tracción | 90 | 35 · 35 · 4 |
| e' | 1,30 | Compresión | 130 | 35 · 35 · 4 |

Como queda dicho anteriormente la barra d' también trabaja a - - flexión, por el peso propio del cable, y el viento. Para su cálculo to- maremos el angular de 55 · 55 · 6 que tiene una sección de 6,31 cm$^2$, y un momento resistente de $R_x$ = 4,4 cm$^3$ (ver figura 294).

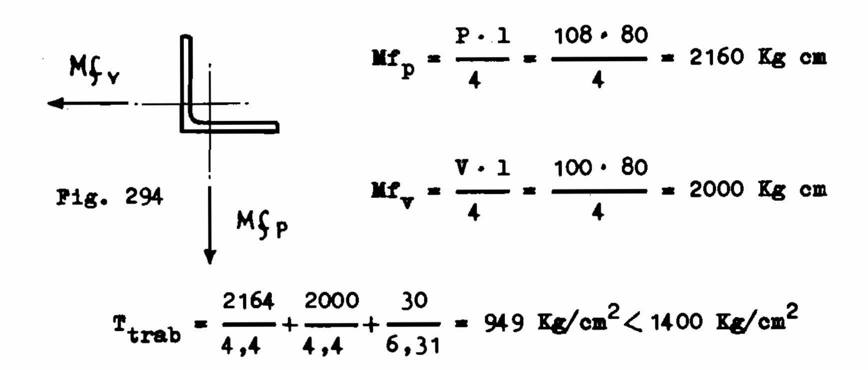



Fig. 294

$$Mf_p = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{108 \cdot 80}{4} = 2160 \text{ Kg cm}$$

$$Mf_v = \frac{V \cdot l}{4} = \frac{100 \cdot 80}{4} = 2000 \text{ Kg cm}$$

$$T_{trab} = \frac{2164}{4{,}4} + \frac{2000}{4{,}4} + \frac{30}{6{,}31} = 949 \text{ Kg/cm}^2 < 1400 \text{ Kg/cm}^2$$

luego es admisible, la tensión de trabajo que sale con este perfil.

## Cálculo de las barras del castillete

Para el cálculo de las barras del castillete, se deberán tener en cuenta la fuerza del viento $4 \cdot V$ de la cruceta superior (ver figura - 291), la fuerza del viento $2 \cdot V$ de la cruceta inferior (ver figura - 293), y el viento sobre todas las barras del castillete, además del peso propio de los cables y del castillete.

Como se ve por lo anteriormente expuesto, las caras del castillete que están sometidas a mayor esfuerzo, son la perpendiculares a la dirección de los cables del tendido eléctrico.

Para el viento que debe soportar la estructura, puesto que tiene 17 metros, tomaremos (ver página 291) $2{,}6 \cdot 70 = 182$ Kg/m$^2$.

Para hacer el diagrama de fuerzas, de una cara del castillete, - supondremos unos perfiles de dimensiones aproximadas, con las cuales obtendremos los valores de las fuerzas $P_1$ a $P_{16}$ (ver figura 295).

La fuerza $P_1$ será igual a la $P_2$ y su valor será el del peso propio de 1/4 del castillete (supondremos 400 Kg), más el de tres veces el de P/2 (por los tres cables de un lado).

$$P_1 = P_2 = (3 \cdot 54) + 400 = 562 \text{ Kg}$$

A las fuerzas $P_3$ a $P_{16}$ se les pondrá unos valores de empuje del viento, aproximados. La fuerza $P_3$ y las $P_4$, $P_5$, $P_7$, $P_8$, llevarán un pequeño aumento por las crucetas. También a la $P_5$, se le aumentará - el valor de 4 por V/2, y a la $P_8$ el de 2 por V/2. Por lo anteriormente expuesto tendremos los valores siguientes:

$$P_3 = 50 \text{ Kg}$$
$$P_4 = 110 \text{ Kg}$$
$$P_5 = 120 + 4 \cdot 50 = 320 \text{ Kg}$$
$$P_6 = 65 \text{ Kg}$$
$$P_7 = 80 \text{ Kg}$$
$$P_8 = 95 + 2 \cdot 50 = 195 \text{ Kg}$$
$$P_9 = 80 \text{ Kg}$$
$$P_{10} = 85 \text{ Kg}$$

$$P_{11} = 92 \text{ Kg}$$
$$P_{12} = 98 \text{ Kg}$$
$$P_{13} = 107 \text{ Kg}$$
$$P_{14} = 115 \text{ Kg}$$
$$P_{15} = 120 \text{ Kg}$$
$$P_{16} = 60 \text{ Kg}$$

Para hallar las fuerzas AV (ver figura 295), se multiplicarán - de la fuerza $P_3$ a $P_{15}$ por su altura correspondiente al piso, retándole- luego el producto de $P_1$ por la distancia horizontal a BV ( 1,4 metros), y el producto de $P_2$ por la distancia horizontal a BV ( 0,6 metros), dividiendo todo esto por la distancia horizontal entre AV y BV ( 2 metros). A continuación se hacen estas operaciones, que son como se indican:

$$AV = \frac{\begin{pmatrix} 50 \cdot 17 + 110 \cdot 16{,}15 + 320 \cdot 15{,}35 + \\ 65 \cdot 14{,}4 + 80 \cdot 13{,}4 + 195 \cdot 12{,}3 + \\ 80 \cdot 11{,}1 + 85 \cdot 9{,}8 + 92 \cdot 8{,}5 + \\ 98 \cdot 7{,}0 + 107 \cdot 5{,}5 + 115 \cdot 3{,}75 + \\ 120 \cdot 1{,}95 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 562 \cdot 1{,}4 \\ + \\ 562 \cdot 0{,}6 \end{pmatrix}}{2} =$$

$$= \frac{163886 - 1124}{2} = 7631 \text{ Kg}$$

Para la fuerza BV los valores serán iguales, solamente que en- el dividendo, las dos cifras irán sumadas.

$$BV = \frac{16386 + 1124}{2} = 8755 \text{ Kg}$$

Con estos valores, ya se puede hacer el diagrama de fuerzas, el- cual nos dará el esfuerzo a que está sometida cada una de las barras, - del castillete. Como se puede ver por las figuras 295 a 298, se ha hecho el diagrama de fuerzas de las dos caras perpendiculares a los ca- - bles, ya que así obtendremos el esfuerzo a que está sometida cada una - de las barras, del castillete, sople el viento de un lado o del otro.

En el diagrama de las figuras 296 y 298,tomaremos los valores de las fuerzas a que estan solicitadas cada barra. Para ello utilizaremos- la escala con que fueron dibujadas las fuerzas $P_1$, $P_2$, BH, BV, AH,y AV. Se pondrán todos estos valores, así como las longitudes de las barras - (que se tomarán de las figuras 295 y 297), y el tipo de tensión a que - estan sometidas, en el cuadro 7,con el cual luego hallaremos el perfil- adecuado. Las fuerzas s, r, a, c, se obtendrán de las figuras 290 y -- 292.

Para hallar los perfiles adecuados se podrá utilizar las tablas- de las páginas 210 y 213. En el caso de que no estén las longitudes de- alguna barra se procederá para su cálculo como en la página 198. Como - perfil más pequeño se ha tomado el angular de 35 · 35 · 4, y luego, los- más comerciales en espesor.

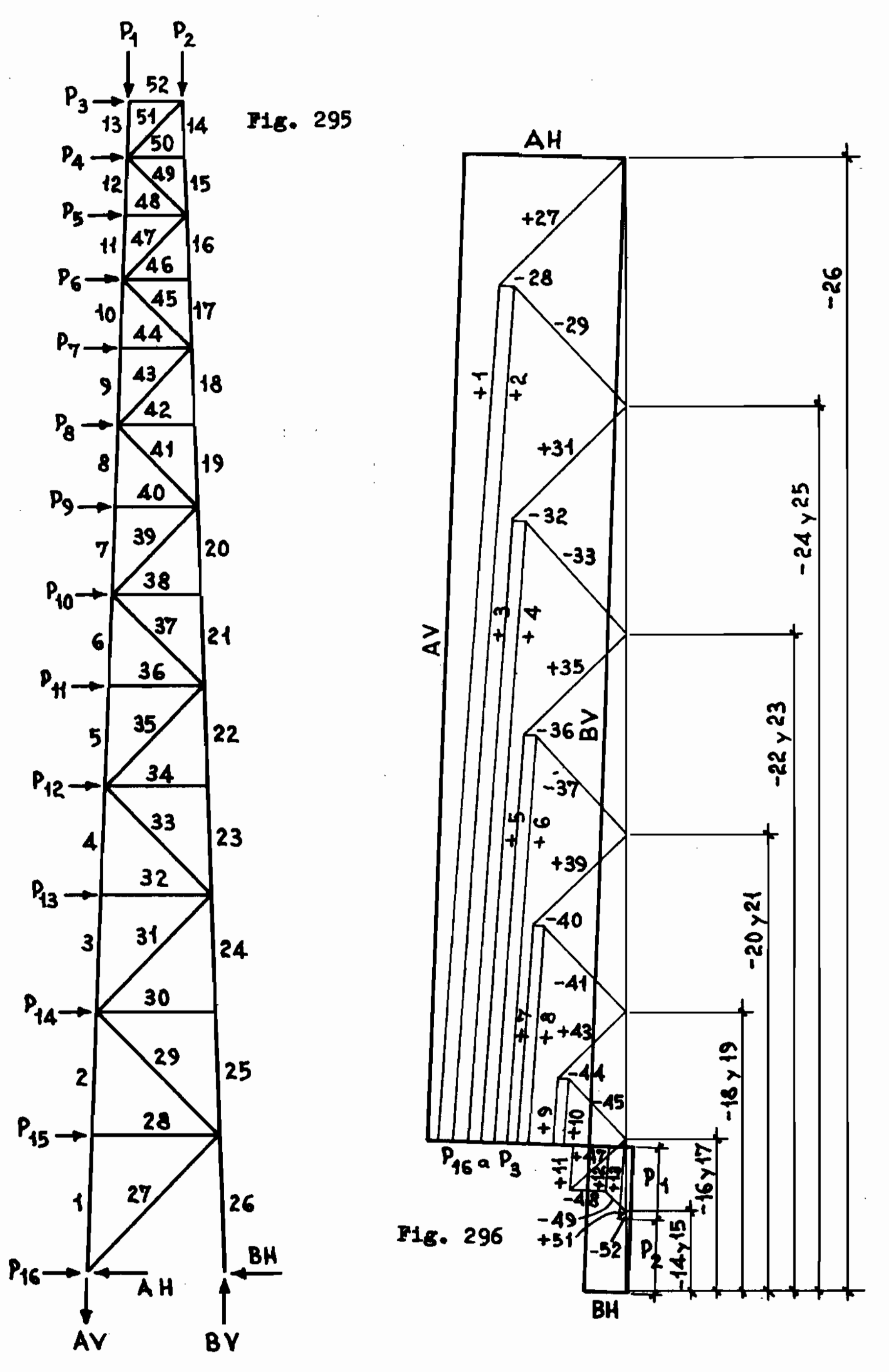



Fig. 295

Fig. 296

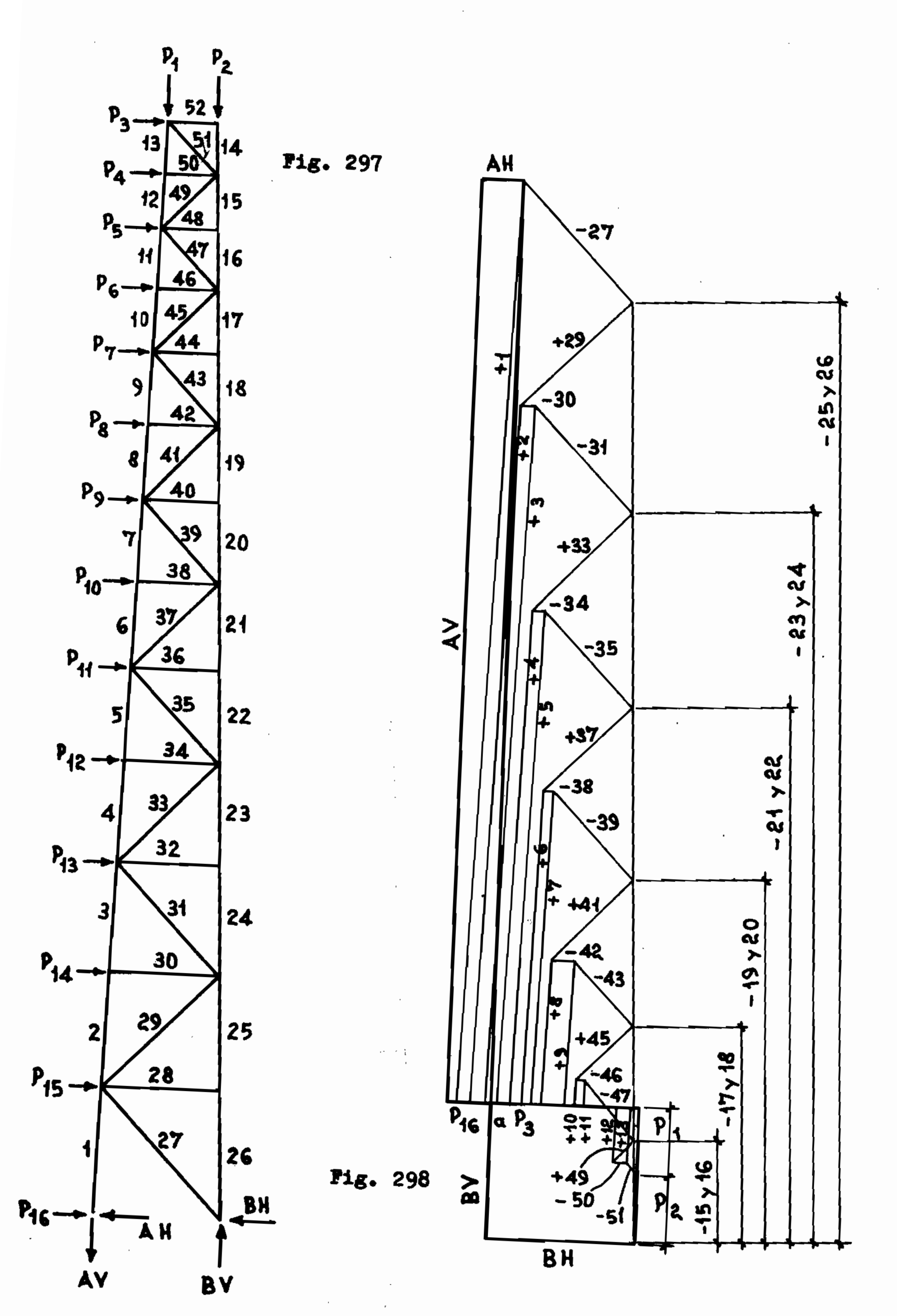



Fig. 297

Fig. 298

CUADRO 7

| Barra | Luz m | Tensión | Esfuerzo Kg | 1 ∟ angular |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | Tracción | 6650 | -------- |
| | 2 | Tracción | 7650 | 60 · 60 · 6 |
| 26 | 2 | Compresión | 8770 | 90 · 90 · 9 |
| | 2 | Compresión | 7770 | -------- |
| 27 | 2,8 | Tracción | 1370 | -------- |
| | 2,8 | Compresión | 1350 | 65 · 65 · 7 |
| 28 | 1,9 | Compresión | 120 | 40 · 40 · 4 |
| 29 | 2,6 | Compresión | 1250 | 65 · 65 · 7 |
| | 2,6 | Tracción | 1250 | -------- |
| 30 | 1,8 | Compresión | 115 | 40 · 40 · 4 |
| 31 | 2,4 | Tracción | 1250 | -------- |
| | 2,4 | Compresión | 1250 | 60 · 60 · 6 |
| 32 | 1,6 | Compresión | 107 | 35 · 35 · 4 |
| 33 | 2,3 | Compresión | 1150 | 60 60 6 |
| | 2,3 | Tracción | 1150 | -------- |
| 34 | 1,5 | Compresión | 98 | 35 · 35 · 4 |
| 35 | 2,1 | Tracción | 1100 | -------- |
| | 2,1 | Compresión | 1100 | 60 · 60 · 6 |
| 36 | 1,4 | Compresión | 92 | 35 · 35 · 4 |
| 37 | 1,9 | Compresión | 1050 | 60 60 6 |
| | 1,9 | Tracción | 1050 | -------- |
| 38 | 1,3 | Compresión | 85 | 35 · 35 · 4 |
| 39 | 1,8 | Tracción | 1000 | -------- |
| | 1,8 | Compresión | 1000 | 50 · 50 · 5 |
| 40 | 1,2 | Compresión | 80 | 35 · 35 · 4 |
| 41 | 1,7 | Compresión | 900 | 45 · 45 · 5 |
| | 1,7 | Tracción | 900 | -------- |
| 42 | 1,1 | Compresión | 195 | 35 · 35 · 4 |
| | 1,1 | Tracción | c = 80 | -------- |
| 43 | 1,6 | Tracción | 730 | -------- |
| | 1,6 | Compresión | 730 | 45 · 45 · 5 |
| 44 | 1 | Compresión | 80 | 35 · 35 · 4 |
| | 1 | Compresión | a = 80 | -------- |

| Barra | Luz m | Tensión | Esfuerzo Kg | 1 ⌐ angular |
|---|---|---|---|---|
| 45 | 1,4<br>1,4 | Compresión<br>Tracción | 650<br>650 | 40 · 40 · 4<br>--------- |
| 46 | 1 | Compresión | 65 | 35 · 35 · 4 |
| 47 | 1,3<br>1,3 | Tracción<br>Compresión | 600<br>600 | ---------<br>35 · 35 · 4 |
| 48 | 0,9<br>0,9 | Compresión<br>Compresión | 320<br>s =160 | 35 · 35 · 4<br>--------- |
| 49 | 1,2<br>1,2 | Compresión<br>Tracción | 220<br>220 | 35 · 35 · 4<br>--------- |
| 50 | 0,8 | Compresión | 110 | 35 · 35 · 4 |
| 51 | 1,1<br>1,1 | Tracción<br>Compresión | 80<br>100 | ---------<br>35 · 35 · 4 |
| 52 | 0,8<br>0,8 | Compresión<br>Tracción | 100<br>r =160 | 35 · 35 · 4<br>--------- |

Las barras 1 a 13 y la 14 a 26, normalmente se ponen por razones constructivas, con el mismo perfil en toda su longitud. En castilletes de bastante altura, es más corriente el poner la mitad de un perfil, y la otra mitad de un perfil menor. La unión de estos perfiles deberá ir naturalmente, en condiciones de resistir el esfuerzo que haya, en el sitio de unión.

La barra 1 y 26 están sometidas a una flexión (fuerza BH de la figura 298). Para contrarrestar esta fuerza, se aumentará el perfil adecuadamente, se pondrá otra barra inclinada formando una cruz de San Andrés en cada cara, o unas barras horizontales uniendo las cuatro patas o bases. Aqui adoptaremos la primera solución ,o sea un perfil de 65 · 65 · 6 igual que la barra 27.

Una vez obtenidos todos los perfiles del castillete del tendido eléctrico, se procederá a sacar los valores reales de empuje del viento sobre los perfiles, y el peso propio. Con estos datos se hará entonces, el cálculo definitivo del castillete.

La disposición de los perfiles se podrá proyectar como se indica en la figura 299, consiguiendose de esta forma, sin poner cartelas, el que coincidan los ejes de los perfiles (barras 2-3-31-30-29).

El cálculo de la soldadura de unión del angular de 65 · 65 · 7 será como se indica seguidamente (ver página 135). $F = 1250$ Kg, $e_1 = 1,85$ cm, $e_2 = 4,65$ cm, $a_1 = 0,55$ cm, $a_2 = 0,45$ cm (ver figura 300).

$$F_1 = \frac{F \cdot e_2}{e_1 + e_2} = \frac{1250 \cdot 4,65}{6,5} = 894 \text{ Kg}$$

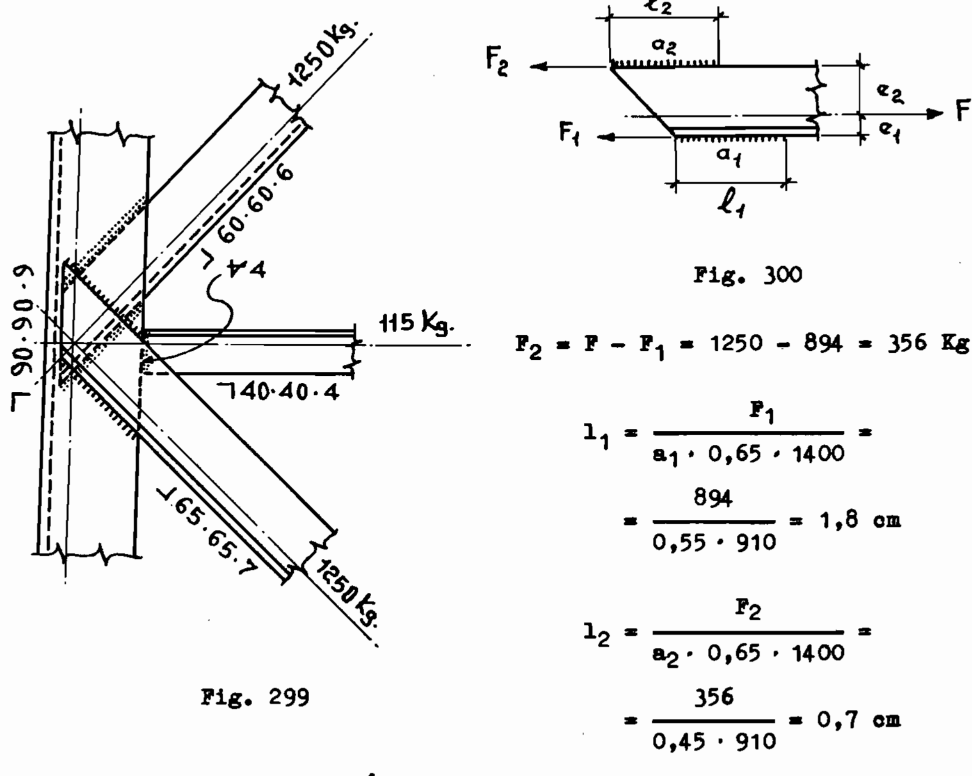



Fig. 299

Fig. 300

$$F_2 = F - F_1 = 1250 - 894 = 356 \text{ Kg}$$

$$l_1 = \frac{F_1}{a_1 \cdot 0{,}65 \cdot 1400} = \frac{894}{0{,}55 \cdot 910} = 1{,}8 \text{ cm}$$

$$l_2 = \frac{F_2}{a_2 \cdot 0{,}65 \cdot 1400} = \frac{356}{0{,}45 \cdot 910} = 0{,}7 \text{ cm}$$

Como se ve por el cálculo anterior, la longitud de los cordones sale muy pequeña. Por lo tanto, teniendo en cuenta que se ha calculado con el espesor máximo que admite el perfil, se pondrá un cordón de soldadura de 3 mm de espesor en los dos lados, que será más que suficiente todavia.

## Cálculo de los anclajes

La base donde se sujetarán los anclajes se podrá proyectar como se indica en las figuras 301 a 303. Como resistencia del hormigón del fundamento tomaremos, siendo de 210 Kg por $m^3$, el de 30 Kg/$cm^2$ (ver página 102). Por lo tanto, y puesto que la base de apoyo es de 250 · 250 mm, podrá resistir una presión admisible de

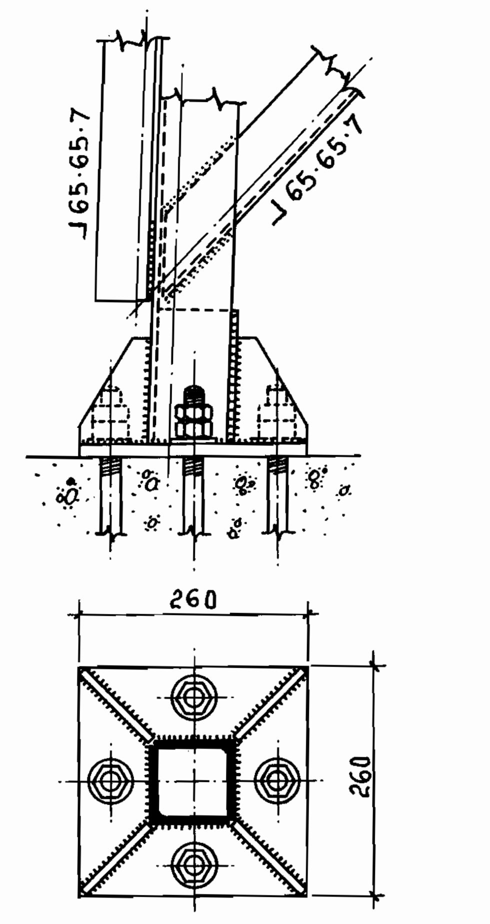
$$25 \cdot 25 \cdot 30 = 18750 \text{ Kg}$$

por lo que es suficiente la placa proyectada, ya que el empuje de BV es sólo de 8755 Kg.

Los anclajes tendrán que soportar, una tracción de AV = 7631 Kg, y una cortadura de AH ≈ 1550 Kg. Mirando en la tabla de la página 109, veremos que necesitaremos los redondos de 22 mm de diámetro, que tienen una sección en la espiga de 2,76 $cm^2$. El cálculo lo haremos de la forma siguiente:

Fig. 301

Fig. 302



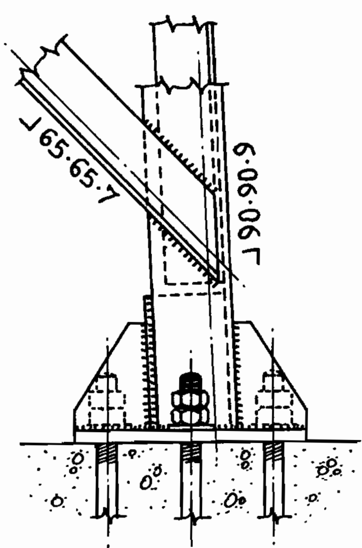




Fig. 303

$$T_{trab} = \frac{7631}{2,76 \cdot 4} + \frac{1550}{2,76 \cdot 4} = 831 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo que se ve, estos cuatro redondos son suficientes para re-sistir como anclajes.

Para la longitud de los anclajes (ver página 98) tendremos:

$$l = \frac{7631}{4 \cdot 3,14 \cdot 2,2 \cdot 5} = 55 \text{ cm}$$

El doblado final de los anclajes se hará, con las normas dadas - en la página 98.

## Fundamento o base del castillete

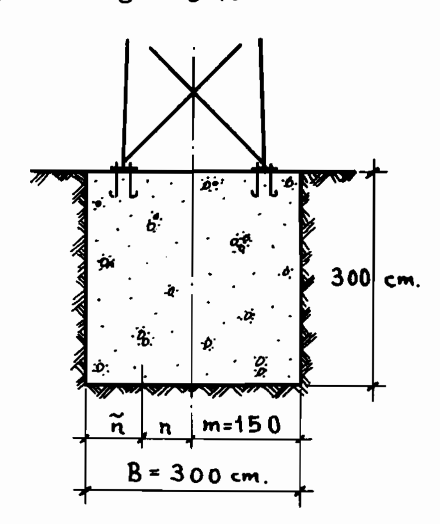
Para calcular el fundamento del castillete del ejemplo anterior, se procederá como se indica seguidamente.

Primero se deberá ir tanteando las dimensiones del fundamento, - hasta conseguir unos valores de compresión en el terreno, admisibles.

La presión sobre el terreno que damos como admisible en este e-- jemplo, será de 2 Kg/cm$^2$.

Como valores de cálculo, utilizaremos los del anteproyecto del -- ejemplo anterior. Las fórmulas de cálculo serán semejantes a las que se dan en la página 101. Se probará con un fundamento cuadrado de 3 metros de lado, por lo tanto, para hallar el momento que hay por el empuje del viento, tendremos que multiplicar de la fuerza $P_3$ a $P_{16}$ por su distan-- cia a la parte de abajo del fundamento (por lo tánto, la distancia al - suelo más tres metros). Ver fugura 304.

Fig. 304




$$Mf = (50 \cdot 2000 + 110 \cdot 1915 + 320 \cdot 1835 + 65 \cdot 1740 + 80 \cdot 1640 + 195 \cdot 1530 + 80 \cdot 1410 + 85 \cdot 1280 + 92 \cdot 1150 + 98 \cdot 1000 + 107 \cdot 850 + 115 \cdot 675 + 120 \cdot 495 + 60 \cdot 300) \cdot 2 = 4223800 \text{ Kg cm}$$

$$\text{Peso del fundamento} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2200 = 59400 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso propio castillete, cables, etc.} = 4 \cdot 562 = 2248 \text{ Kg}$$

$$P_c = 2248 + 59400 = 61648 \text{ Kg}$$

$$n = \frac{Mf}{P_c} = \frac{4223800}{61648} = 68 \text{ cm}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ cm}$$

Por lo tanto,en este caso m/3 es menor que "n", y la fórmula a - utilizar es

$$x \geqq \frac{2 \cdot P_c}{3 \cdot \text{ñ} \cdot b}$$

$$x = \frac{2 \cdot 61648}{3 \cdot (150 - 68) \cdot 300} = 1{,}6 \text{ Kg/cm}^2$$

luego como es menor de 2 vale.

La resistencia al vuelco será según se ha dicho anteriormente, - igual o mayor de 2.

$$\frac{M_v}{M_h} \geqq 2$$

$$M_v = P_c \cdot 150 = 61648 \cdot 150 = 9247200 \text{ Kg cm}$$

$$M_h = Mf = 4223800 \text{ Kg cm}$$

$$\frac{M_v}{M_h} = \frac{9247200}{4223800} = 2{,}1$$

Por lo que se ve vale el fundamento, tanto por la presión que - hay sobre el suelo, como por el momento de vuelco.

# 13 MASTILES DE BANDERAS

## INTRODUCCION

El cálculo de los mástiles de banderas, no ofrece dificultades especiales. La diferencia con otro tipo de estructuras está, en los esfuerzos del viento, sobre el mástil y sobre el paño de la bandera. La seguridad contra el vuelco, se podrá poner igual o mayor de 2,5.

## VIENTO SOBRE EL MASTIL DE LA BANDERA

Aqui trataremos de los dos tipos de mástiles mas corrientes; los de forma rectangular o cuadrada, y los cilindricos o redondos. A continuación exponemos los valores en Kg, por metro cuadrado de superficie expuesta, para cada uno de los tipos anteriormente citados.

Rectangulares = $V = 1{,}4 \cdot x$

Redondos = $V = 0{,}7 \cdot x$

## Valor de "x" según la altura del mástil

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| De | 0 hasta | 8 metros | x = | 50 |
| más de | 8 hasta | 20 metros | x = | 80 |
| más de | 20 hasta | 100 metros | x = | 110 |
| más de | | 100 metros | x = | 130 |

## VIENTO SOBRE EL PAÑO DE LA BANDERA

Nos referiremos aqui al paño de la bandera suelto, es decir no al rígido. En este caso, el paño se pone en la dirección del viento a flamear, más o menos levantado, según la fuerza del viento que haga.

Al ponerse la superficie del paño en la dirección del viento,los metros cuadrados que hay que tener en cuenta para el cálculo, se reducirán al 25% de la longitud por su anchura. El 25% del paño en metros cuadrados (S), se multiplicará para obtener el empuje del viento en Kg,por los coeficientes siguientes:

$$V = 1{,}2 \cdot x \cdot S$$

El valor de "x", será el mismo que se ha dado anteriormente,para hallar el viento de los mástiles de bandera.

## PRIMER EJEMPLO DE CALCULO DE UNA BANDERA

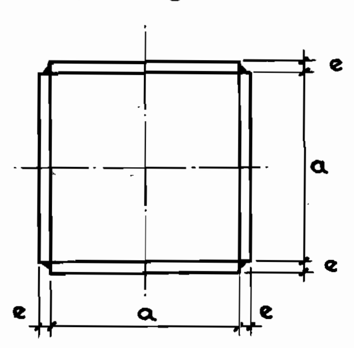
Este ejemplo se trata, de una bandera de gran altura. El paño tendrá 8 por 4 metros, y el mástil será cuadrado con una altura total de 35 metros, sobre el nivel del suelo. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm$^2$ para el acero, y 2 Kg/cm$^2$ para el terreno.

El empuje del viento sobre el paño de la bandera será:

$$V = \frac{8 \cdot 4}{4} \cdot 1{,}2 \cdot 110 = 1056 \text{ Kg}$$

El mástil estará formado por cuatro chapas, formando un cajón, y unidas por soldadura continua (ver figura 305).

Fig. 305




El espesor de las chapas se irá probando por tanteo,hasta conseguir el adecuado para cada caso. Las tablas de las páginas 64,65, y 66, pueden servir de ayuda para obtener el momento de inercia de secciones. En este caso tomaremos unas chapas de e= 23 mm de espesor, y $a + 2 \cdot e =$ 500 mm de anchura.

Momento flector por el paño de la bandera (ver figura 306):

$$Mf = 1056 \cdot 3300 = 3484800 \text{ Kg cm}$$

Ahora sacaremos el momento flector que hay, por el viento sobre el mástil de la bandera. El mástil tiene en su parte de unión al fundamento 0,5 metros de anchura, y hacia arriba irá en disminución hasta llegar a 0,2 metros en su parte superior. Por lo tanto, para el viento tendremos una carga uniformemente repartida, de una franja de 0,2 metros, a todo lo largo del mástil, y otra carga de 0,3 metros abajo,que va en disminución hasta llegar arriba del todo a cero.

Cuando el viento sopla en el sentido del eje x - x, ver figura 307, la presión sobre el mástil será aproximadamente un 30% menor que en las otras caras. De todas formas se operará con los valores anteriores, para contrarrestar el aumento del momento, que se origina por la considerable flecha del mástil al actuar el viento.

La presión del viento por metro cuadrado será, teniendo en cuenta los 35 metros de altura del mástil:

$$V = 1{,}4 \cdot 110 = 154 \text{ Kg por m}^2$$

La carga C uniformemente repartida,en la franja de 0,2 metros del mástil, será:

$$C = 0{,}2 \cdot 154 \cdot 35 = 1078 \text{ Kg}$$

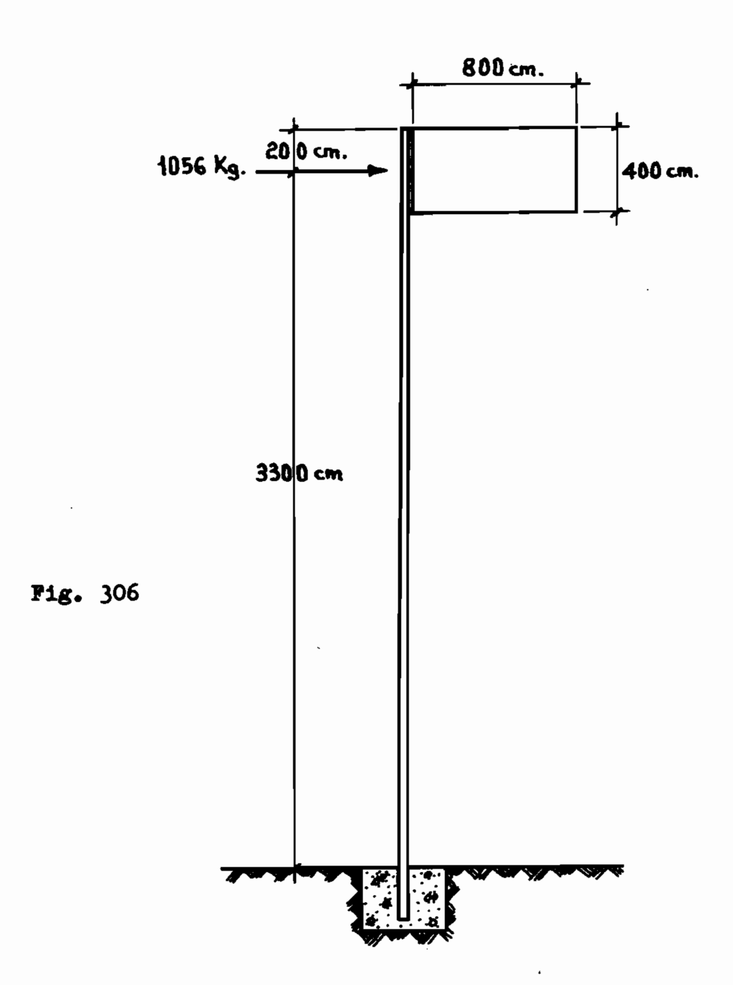



Fig. 306

La carga C´ del resto, o séa de un triángulo de 0,3 metros de base, y 35 metros de altura, será:

$$C' = 0{,}3 \cdot (35/2) \cdot 154 = 808 \text{ Kg}$$

Momento flector, de la franja de 0,2 metros, a todo lo largo del mástil:

$$Mf_1 = \frac{C \cdot 1}{2} = \frac{1078 \cdot 3500}{2} = 1886500 \text{ Kg cm}$$

Momento flector, del triángulo de 0,3 metros de base, y de 35 metros de altura:

$$Mf_2 = \frac{C' \cdot 1}{3} = \frac{808 \cdot 3500}{3} = 942666 \text{ Kg cm}$$

Momento fleotor total,por el empuje del viento sobre el paño de-la bandera y el mástil:

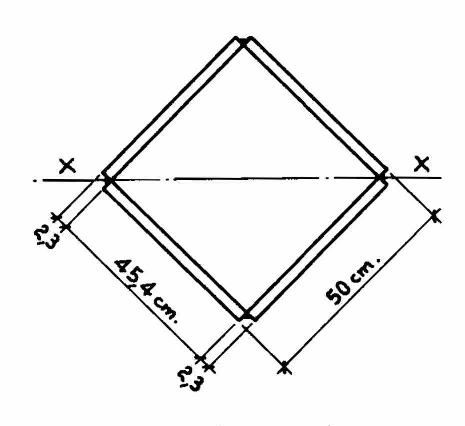
$$Mf_3 = Mf + Mf_1 + Mf_2 = 3484800 + 1886500 + 942666 = \underline{\underline{6313966}} \text{ Kg cm}$$

El momento resistente necesario,para el mástil de la bandera,será:

$$R_x = \frac{6313966}{1400} = \underline{\underline{4509,9}} \text{ cm}^3$$

El momento resistente de la sección, por el eje más desfavorable y suponiendo las esquinas completas, será (ver figura 307):

Fig. 307




$$R_{xx} = 0,11785 \; \frac{50^4 - 45,4^4}{50} = 4717,8 \text{ cm}^3$$

Se hace constar aqui, que se ha sacado el momento resistente del eje x-x, debido a que si hallamos el momento resistente de los otros - dos ejes que pasan por el centro de las chapas, este momento resistente seria mayor. Por lo tanto, como hay que utilizar siempre el momento re-sistente menor, hemos hallado el del eje x-x, de la figura 307.

El momento resistente necesario que obtuvimos anteriormente,era-de 4509,9 cm$^3$, y como el que sale con las chapas de 23 mm es de 4717,8 cm$^3$, valen dichos espesores para el mástil. Es conveniente que el momento resistente sea algo mayor que el necesario, debido a que en el cálculo, se han puesto las esquinas completas, y en la realidad no es así.

También tenemos en la zona de unión del mástil con el fundamento, una fuerza de cortadura, compuesta por el empuje del viento sobre el pa

ño de la bandera y sobre el mástil. Por lo tanto, comprobaremos tambien con esta cortadura, si vale la sección (tensión cortadura 1120 Kg/cm²).

$$T_{trab} = \frac{6313966}{4717,8} + \frac{1056 + 1078 + 808}{4 \cdot 2,3 \cdot 45,4 \cdot 0,8} = 1346 \text{ Kg/cm}^2$$

Como es menor de la tensión 1400 Kg/cm² admisible, lo daremos -- por bueno (la cortadura en este caso, como se ve, es despreciable).

El pandeo del mástil por el peso propio, no se ha hecho intervenir, debido a que salen unos valores tambien despreciables.

## Cálculo de los anclajes

Normalmente, para este tipo de estructuras, no se utilizan anclajes. La solución es el embutir el mástil de la bandera, suficientemente para poder absorver los esfuerzos de vuelco, y de compresión en el hormigon, por el peso propio.

La profundidad de embutido en el fundamento, dependerá de las caracteristicas de la bandera (dimensiones del paño de la bandera, altura del mástil, profundidad del fundamento, adherencia del hormigon, etc.). En este caso, puesto que la profundidad del fundamento será de tres metros, y la adherencia y peso son suficientes para la sección del mástil calculado, lo embutiremos a 2,75 metros, en el hormigón.

## Cálculo de la soldadura en el mástil

La soldadura de unión de las cuatro chapas, para formar el cuadrado de sección (ver figura 308), se hará a toda la longitud. Para su cálculo pondremos la fórmula, de que el espesor del cordón, sea igual a 0,35 por el espesor minimo a unir.

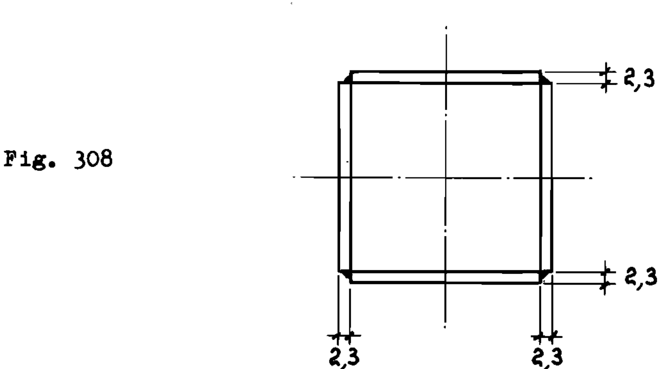
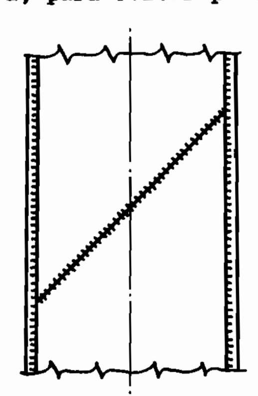


Fig. 308

Por lo tanto tendremos, que el espesor del cordón continúo será de

$$a = 0,35 \cdot 23 = 8,05 \text{ mm}$$

Para formar las cuatro chapas de 35 metros de longitud, habrá — empalmar naturalmente varias chapas entre sí. Para el bisel se utilizarán las normas que se dan en la página 131. Para hacer trabajar lonos posible a la soldadura del empalme, se hará la unión a 45° (ver fi ra 309). Los empalmes de cada una de las chapas, tampocc deberán de = incidir a la misma altura, para evitar puntos débiles en el mástil.



'ig. 309

## Cálculo del fundamento

Como queda dicho al principio, la seguridad contra el vuelco se- igual o mayor de 2,5. Por lo tanto, se irá probando por tanteo, unos ıdamentos hasta que se encuentre el adecuado, para el caso concreto.- ıi supondremos como fundamento un cubo de 4 metros de lado, por 3 de- ıura (ver página 101).

El momento que se produce, por el empuje del viento sobre el pa- de la bandera y el mástil, será el siguiente (ver figura 310):

$$Mf = 1056 \cdot 3600 + 1078 \cdot 2050 + 808 \cdot 1466 = 7196028 \text{ Kg cm}$$

El peso del mástil, despreciando el paño de la bandera y las - - rdas, es de :

$$4 \cdot 3{,}5 \cdot 350 \cdot 0{,}23 \cdot 7{,}85 = 8846 \text{ Kg}$$

El peso del fundamento será :

$$4 \cdot 4 \cdot 3 \quad 2200 = 105600 \text{ Kg}$$

Por lo tanto, el peso del mástil más el del fundamento será :

$$P_c = 8846 + 105600 = 114446 \text{ Kg}$$

El sitio de incidencia de las fuerzas verticales, desplazadas — el empuje del viento, estará a una separación del eje del fundamen- e :

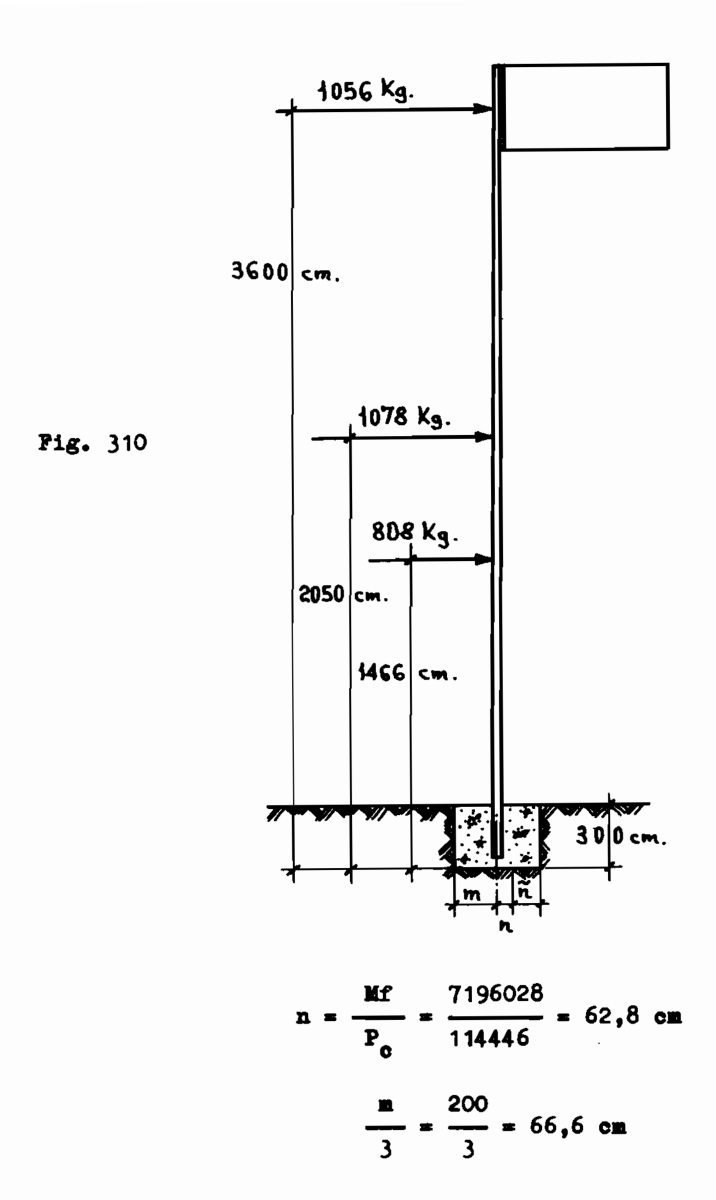


Fig. 310

$$n = \frac{Mf}{P_c} = \frac{7196028}{114446} = 62,8 \text{ cm}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{200}{3} = 66,6 \text{ cm}$$

Como se ve "n" es menor que m/3, por lo tanto, utilizaremos la siguiente fórmula, para hallar la presión máxima que se produce en el suelo, debajo del fundamento :

$$x = \frac{P_c}{B \cdot b} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot n}{B}\right) = \frac{114446}{400 \cdot 400} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 62,8}{400}\right) = 1,38 \text{ Kg/cm}^2\text{,luego vale.}$$

La resistencia al vuelco, no deberá ser inferior a 2,5, como que

la dicho.

$$\frac{M_v}{M_h} \geq 2{,}5$$

$$M_v = P_c \cdot 200 = 114446 \cdot 200 = 22889200 \text{ Kg cm}$$

$$M_h = Mf = 7196028 \text{ Kg cm}$$

$$\frac{22889200}{7196028} = 3{,}1$$

Como se ve, la bandera también es suficientemente resistente al- vuelco.

## SEGUNDO EJEMPLO DE CALCULO DE UNA BANDERA

En este otro ejemplo, el mástil tendrá la misma altura que en el anterior, y el paño de la bandera será de dimensiones mayores.

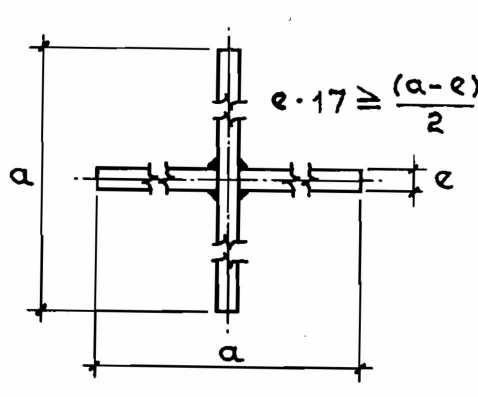
El paño tendrá 11 por 6 metros, y el mástil, de forma en cruz de San Andrés, tendrá una altura de 35 metros, sobre el nivel del suelo, - como en el ejemplo anterior. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm$^2$ para el acero, y 2 Kg/cm$^2$ para el terreno. Por la forma del mástil,se ha aumentado para calcular la presión sobre él, el coeficiente 1,4 a 1,6.

El empuje del viento, sobre el paño de la bandera, será :

$$V = \frac{11 \cdot 6}{4} \cdot 1{,}2 \cdot 110 = 2178 \text{ Kg} \approx 2180 \text{ Kg}$$

El mástil estará formado por tres chapas , formando una cruz de- San Andrés (como se dijo anteriormente), y unidas por soldadura conti-- nua (ver figura 311).

Fig. 311



El espesor de las chapas se hallará por tanteo, pudiendose utilizar como ayuda, la tabla de la página 66. En este caso,las dimensiones de los brazos de la cruz, serán a=125 cm y e=3,6 cm.

**Momento flector,por el paño de la bandera**

(ver figura 312)

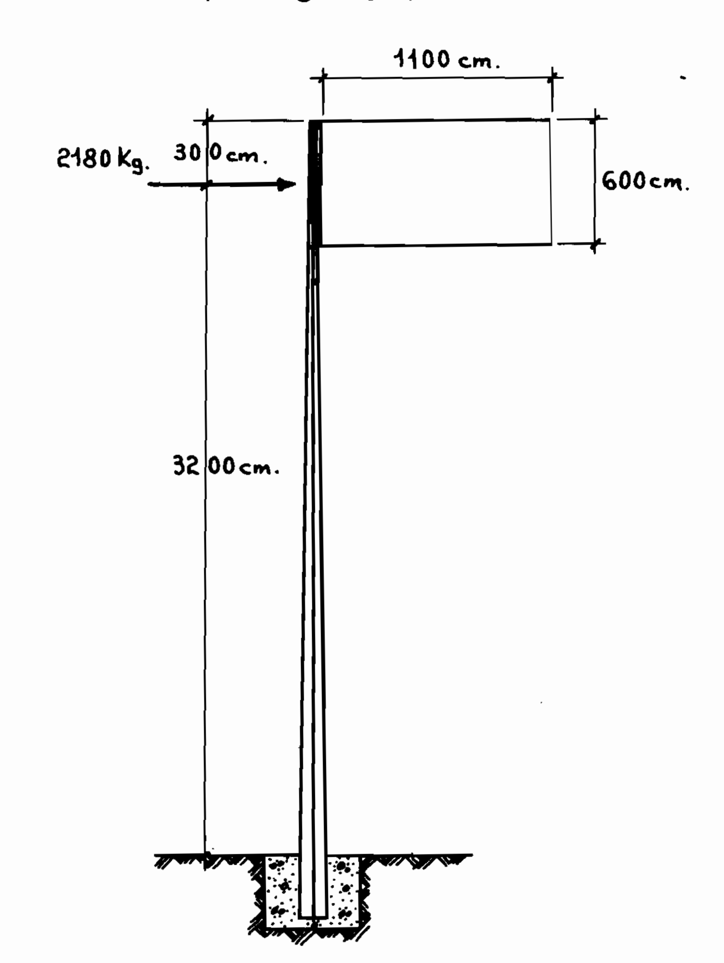



Fig. 312

$$Mf = 2180 \cdot 3200 = 6976000 \text{ Kg cm}$$

A continuación hallaremos el momento flector que hay, por la acción del viento sobre el mástil de la bandera. El mástil tiene en su parte de unión al fundamento, 1,25 metros de anchura, yendo hacia arriba en disminución hasta llegar a 0,2 metros en su parte superior. Entonces tendremos, una carga uniformemente repartida de una franja de 0,2 metros, a todo lo largo del mástil, y otra de un triángulo de 1,05 metros de base y 35 metros de altura.

La presión del viento por metro cuadrado será, teniendo en cuenta los 35 metros de altura, la siguiente :

$$V = 1{,}6 \cdot 110 = 176 \text{ Kg por } m^2$$

La carga "C" uniformemente repartida, en la franja de 0,2 metros del mástil será :

$$C = 0{,}2 \cdot 176 \cdot 35 = 1232 \text{ Kg}$$

La carga "C´" del resto, o séa de un triángulo de 1,05 metros de base y 35 metros de altura será :

$$C' = 1{,}05 \cdot (35/2) \cdot 176 = 3234 \text{ Kg}$$

Momento flector, de la franja de 0,2 metros a todo lo largo del mástil :

$$Mf_1 = \frac{C \cdot 1}{2} = \frac{1232 \cdot 3500}{2} = 2156000 \text{ Kg cm}$$

Momento flector, del triángulo de 1,05 metros de base y 35 metros de altura :

$$Mf_2 = \frac{C' \cdot 1}{3} = \frac{3234 \cdot 3500}{3} = 3773000 \text{ Kg cm}$$

Momento flector total, por el empuje del viento sobre el paño de bandera, y el mástil :

$$Mf_3 = Mf + Mf_1 + Mf_2 = 6976000 + 215600 + 3773000 = 12905000 \text{ Kg cm}$$

El momento resistente necesario para el mástil será :

$$R_x = \frac{12905000}{1400} = 9217 \text{ cm}^3$$

El momento resistente de la sección, por los ejes más desfavorables será (ver figura 313) :

$$R_{xx} = \frac{3{,}6 \cdot 125^3}{12 \cdot 62{,}5} + \frac{121 \cdot 3{,}6^3}{12 \cdot 62{,}5} = 9382 \text{ cm}^3$$

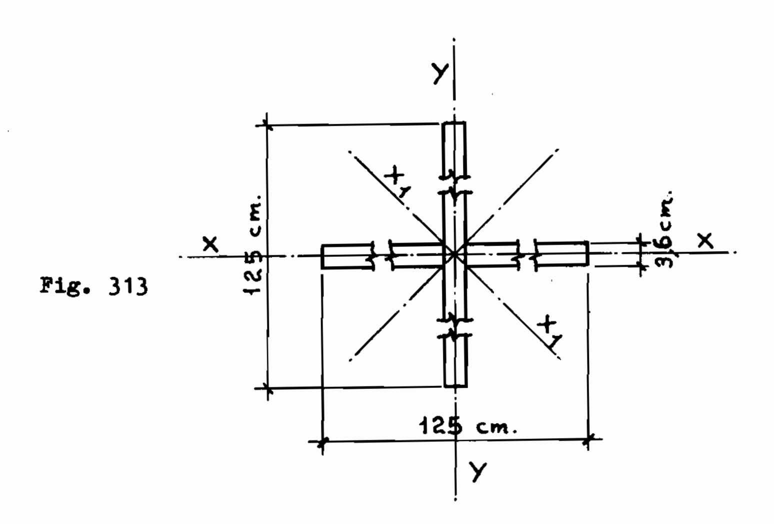



Fig. 313

El momento resistente en el eje $x_1 - x_1$ es el mayor, por lo tanto se ha tomado el del eje $x - x$. El momento resistente que necesitabamos era de 9217 $cm^3$, como el que sale aqui con las dimensiones dichas, es de 9382 $cm^3$, vemos que vale la sección elegida.

A continuación, comprobaremos la tensión de trabajo de la sección de unión con el fundamento, donde hay también una fuerza horizontal de cortadura, Dicha fuerza está compuesta por el empuje del viento sobre el paño de la bandera, y sobre el mástil (tensión de cortadura 1120 $Kg/cm^2$).

$$T_{trab} = \frac{12905000}{9382} + \frac{1232 + 3234 + 2180}{(125 \cdot 3{,}6 + 121{,}5 \cdot 3{,}6) \cdot 0{,}8} = 1384 \ Kg/cm^2, \text{menor } 1400$$

La tensión que sale es menor de la admisible, por lo tanto vale la sección elegida (como se ha visto, la cortadura en este caso, es despreciable).

El pandeo del mástil por el peso propio, no se ha tenido en cuenta en el cálculo, debido a que salen unos valores despreciables.

## Cálculo de los anclajes

Como queda dicho en el ejemplo anterior, para este tipo de estructuras no se utilizan anclajes, normalmente. La solución es en estos casos,es embutir el mástil de la bandera suficientemente, para poder absorver los esfuerzos de vuelco,y de compresión en el hormigón por el peso propio.

La profundidad de embutido en el fundamento, dependerá de las caracteristicas de la bandera (dimensiones del paño de la bandera, altura del mástil, profundidad del fundamento, adherencia del hormigón,etc.) - En este caso, puesto que la profundidad del fundamento es de 3,5 metros y teniendo en cuenta las demás consideraciones, lo embutiremos 3 metros en el hormigón.

## Cálculo de la soldadura en el mástil

La soldadura de unión de las tres chapas, para formar la sección en forma de cruz de San Andrés (ver figura 314), se hará en toda su longitud.

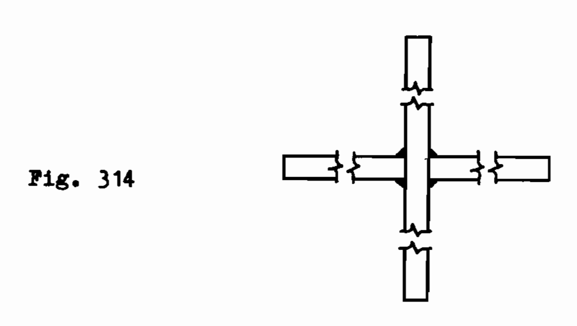


Fig. 314

El espesor del cordón será en este caso (dado el grueso de la chapa), el siguiente :

$$a = 0{,}3 \cdot 36 = 10{,}8 \text{ mm}$$

Los empalmes de las chapas para formar la longitud de los 35 metros, se harán como queda dicho en el ejemplo anterior a 45° (ver figura 315). Para el bisel se utilizarán las normas que se dan en la pagina 131. Los empalmes de cada una de las chapas, no deberán de coincidir a la misma altura del suelo, para evitar puntos débiles en el mástil.

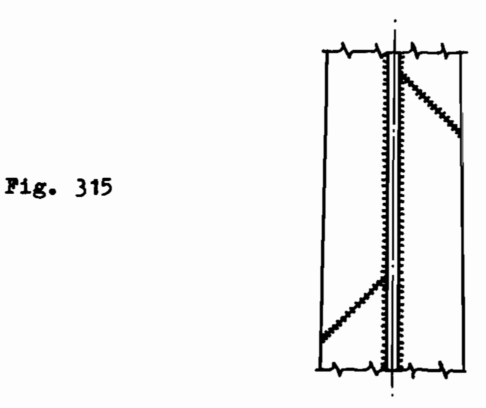


Fig. 315

## Cálculo del fundamento

Como queda dicho, la seguridad contra el vuelco será igual o mayor de 2,5. Por lo tanto, por tanteo se iran probando unos fundamentos, de diferentes medidas, hasta dar con el apropiado. Aqui probaremos un fundamento de 3,5 metros de altura, y longitud y anchura 4,5 metros.

Con ésto, el momento que se produce por el empuje del viento sobre el paño de la bandera y el mástil, será el siguiente (ver figura -- 316) :

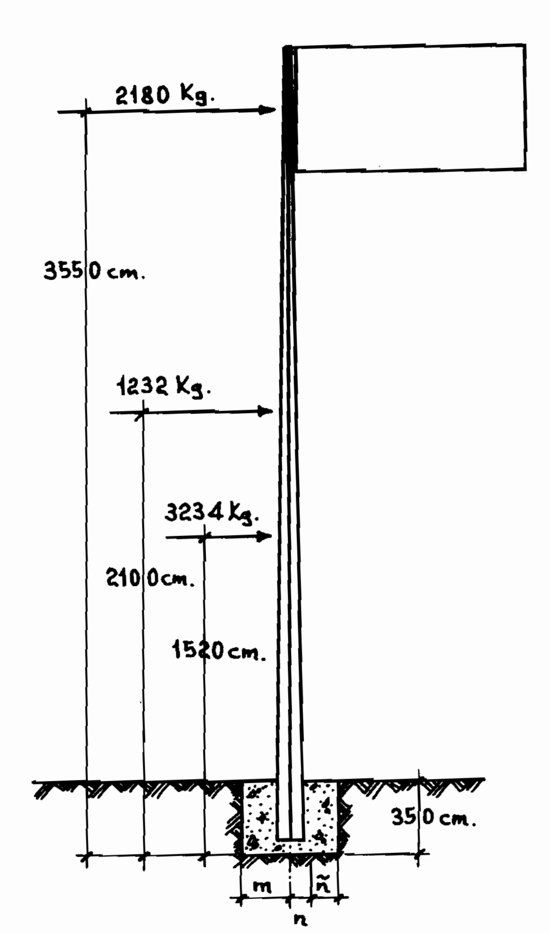



Fig. 316

$$Mf = 2180 \cdot 3550 + 1232 \cdot 2100 + 3234 \cdot 1520 = 15241880 \text{ Kg cm}$$

El peso del mástil, despreciando el paño de la bandera, las cuerdas, y dando el espesor de la chapa en cruz por los cordones de soldadura, será :

$$2 \cdot ( 2 \cdot 350 \cdot 0,36 \cdot 7,85 ) = 3956 \text{ Kg}$$

$$2 \cdot \left(\frac{350 \cdot 10,5}{2} \cdot 0,36 \cdot 7,85\right) = 10385 \text{ Kg}$$

$$\text{Suma} = 14341 \text{ Kg}$$

Total aproximadamente 14000 Kg.

hora el peso del fundamento será : 4,5 · 4,5 · 3,5 · 2200 = 155925 Kg.

Por lo tanto, el peso del mástil más el del fundamento será :

$$P_o = 14000 + 155925 = 169925 \text{ Kg}$$

El sitio de incidencia de las fuerzas verticales, desplazadas - el empuje del viento, estará a una separación del eje del fundamende :

$$n = \frac{Mf}{P_c} = \frac{15241880}{169925} = 89,7 \text{ cm} \approx 90 \text{ cm}$$

$$\bar{n} = 225 - 90 = 135 \text{ cm} \quad ; \quad m/3 = \frac{225}{3} = 75 \text{ cm}$$

Por lo tanto, "n" es mayor que m/3, y entonces utilizaremos pahallar la presión máxima, que se produce debajo del fundamento, la - mula siguiente :

$$x = \frac{2 \cdot P_o}{3 \cdot \bar{n} \cdot b} = \frac{2 \cdot 169925}{3 \cdot 135 \cdot 450} = 1,8 \text{ Kg/cm}^2$$

luego vale pues es menor de 2 $Kg/cm^2$

La diferencia al vuelco no deberá ser inferior, según queda ya - no, a 2,5.

$$\frac{M_v}{M_h} \geq 2,5$$

$$M_v = P_o \cdot 225 = 169925 \cdot 225 = 38233125 \text{ Kg cm}$$

$$M_h = Mf = 12905000 \text{ Kg cm}$$

$$\frac{38233125}{12905000} = 2,9$$

or lo tanto, la bandera es suficientemente resistente al vuelco.

## Flecha del mástil

La flecha, en el ejemplo que nos ocupa, no es exagerada, por lo- no hará falta el aumentar el momento flector, como hicimos en el- plo anterior.

# 14 VIGAS CONTINUAS GERBER

## INTRODUCCION

Estas vigas, normalmente se utilizan como correas en las naves -(por lo tanto, tendrán carga uniformemente repartida sobre toda la longitud de la viga). Se diferencian de las vigas continuas, en que tienen dispuestas unas articulaciones en determinados sitios, lo cual las convierte en estáticamente determinadas.

Como se dijo en el capitulo primero, estas vigas salen con perfiles mayores que las vigas continuas, debido a que la flecha en los vanos es superior a aquellas. De todas formas, aunque el perfil sale algo mayor, tiene una gran ventaja sobre las vigas continuas, y ésta es la -facilidad de montaje (también se puede prescindir de las juntas de dilatación, haciendo agujeros rasgados en las articulaciones).

Con el aumento de los salarios de los operarios, hoy en dia es -más beneficioso el aumentar el peso de las estructuras, si con ello se-reducen las horas de trabajo. Naturalmente que estas vigas llevan una -preparación en el taller, mayor que las vigas continuas, pero de todas-formas comparando el tiempo de estas últimas, de biselado, montaje y el soldeo de unión en obra, es menor el tiempo empleado en las primeras.

Se hace constar aqui que estas vigas, en los vanos que llevan articulación, no se podrá poner unidas a ellas ningún arriostramiento de-contra viento o similar.

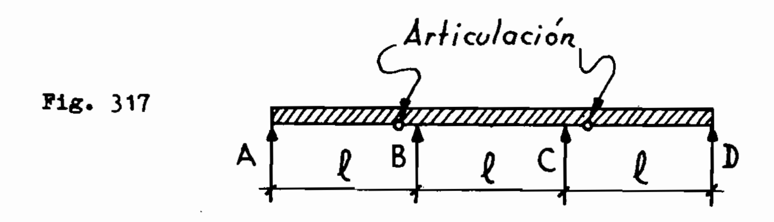
En esta clase de vigas hay dos tipos de ellas; las que tienen --los vanos extremos a menor separación que los interiores (con lo cual -se consigue que el perfil sea el mismo en toda su longitud), y las que-tienen los apoyos a igual distancia.

## VIGAS ARTICULADAS CON VANOS IGUALES

En una nave, la separación de las cerchas entre sí, es normalmente la misma para todas ellas (ver página 180).

El número de articulaciones en el tipo de vigas que se expondrá-a continuación, es igual al número de apoyos interiores(ver figura317). Como se ve en la figura, la viga o correa es de tres vanos (A - B,B - C y C - D), y hay dos soportes o apoyos interiores (B y C), por lo tanto-según la norma dada, el número de articulaciones deberá ser de 2, cosa-que se puede ver representado por los circulos en la figura.

Fig. 317

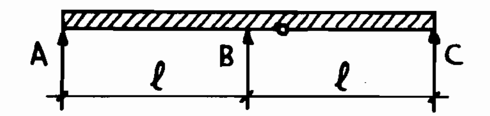



A continuación se irán poniendo soluciones para cada caso de vanos, empezando desde 2 en adelante. Datos ; q = carga uniformemente repartida en Kg por cm lineal ; $l$, $l_1$, $l_2$, $l_3$, $l_4$, $l_5$ en cm. Desde dos vanos en adelante, para poder poner el mismo perfil en toda la longitud,-hay que reforzar las vigas en los extremos.

## Correas de dos vanos

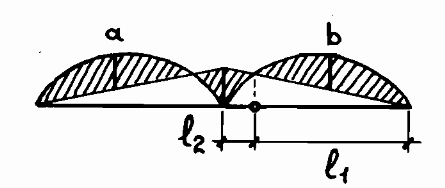
Tipo de carga
Fig.318

Fig. 318




Momentos flectores
Fig. 319

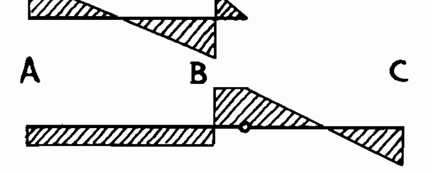
Fig. 319




$Mf_a = Mf_B = Mf_b = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2$ ; $l_2 = 0{,}1716 \cdot l$ ; $l_1 = 0{,}8284 \cdot l$

Esfuerzos cortantes
Fig.320

Fig. 320




$$Q_A = -\frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l} + \left[\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l}\right)\right]$$

$$Q_{Bder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = -\frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l} + \left[\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l}\right)\right] - q \cdot l_2$$

$$C = q \cdot \frac{l_1}{2}$$

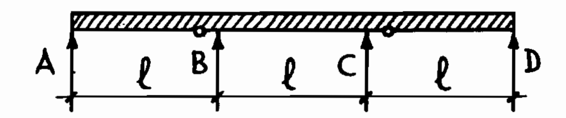
**Flecha máxima**

$$f_b = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \; ; \; f_a = \frac{\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{1000} \cdot \left(\frac{l}{100}\right)^3}{I} \cdot 4{,}92 - \left[ \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l^2}{9 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{3}} \right]$$

**Correas de tres vanos**

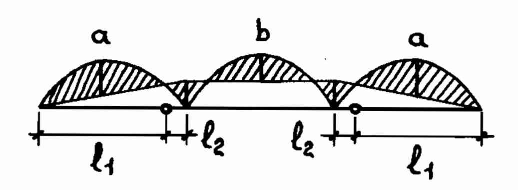
**Tipo de carga - Disposición 1ª**
**Fig.321**

Fig. 321




**Momentos flectores**
**Fig. 322**

Fig. 322




$$Mf_a = 0{,}0957 \cdot q \cdot l^2 \; ; \; Mf_B = Mf_C = Mf_b = \frac{q \cdot l^2}{16}$$

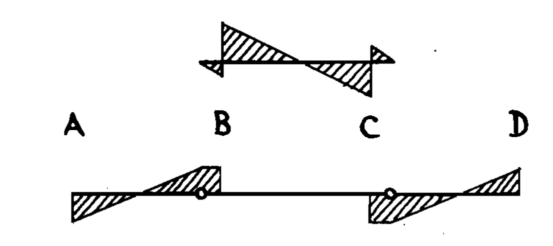
$$l_2 = 0{,}125 \cdot l = \frac{l}{8} \; ; \; l_1 = 0{,}875 \cdot l$$

**Esfuerzos cortantes**
**Fig.323**

$$Q_A = Q_D = q \cdot \frac{l_1}{2} \; ; \; Q_{Bder} = Q_{Cizq} = q \cdot \frac{l}{2}$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Cder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

Fig. 323




**Reacciones**

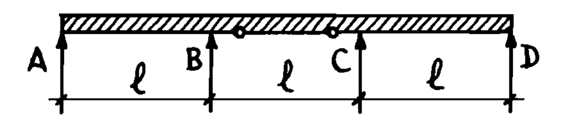
$$A = D = q \cdot \frac{l_1}{2} \quad ; \quad B = C = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

**Flecha máxima**

$$f_a = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad ; \quad f_b = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.}$$

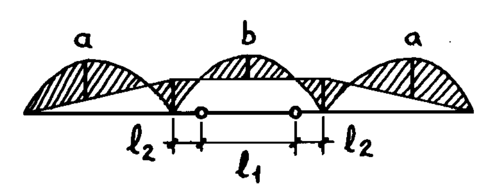
**Tipo de carga - Disposición 2ª**
**Fig.324**

Fig. 324




**Momentos flectores**
**Fig.325**

Fig. 325




$$Mf_a = Mf_B = Mf_C = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_b = 0{,}0392 \cdot q \cdot l^2$$

$$l_2 = 0{,}22 \cdot l \quad ; \quad l_1 = 0{,}56 \cdot l$$

## Esfuerzos cortantes
Fig.326

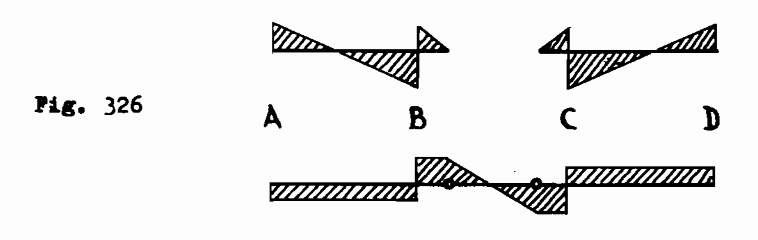


Fig. 326

$$Q_A = Q_D = -\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1-\frac{l_2}{l}\right)\right]$$

$$Q_{Bder} = Q_{Cizq} = q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Cder} = -\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1+\frac{l_2}{l}\right)\right] - q\cdot l_2$$

### Reacciones

$$A = D = \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1-\frac{l_2}{l}\right)\right] - \frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l}$$

$$B = C = \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1+\frac{l_2}{l}\right)\right] + \frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})}{l}\cdot(l+l_2)$$

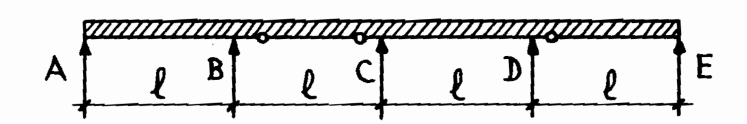
### Flecha máxima

$$f_b = \frac{5\cdot q\cdot l_1^4}{384\cdot E\cdot I}\ ;\ f_a = \frac{\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{1000}\cdot\left(\frac{l}{100}\right)^3}{I}\cdot 4{,}48 - \left[\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l^2}{9\cdot E\cdot I}\cdot\frac{l_2}{\sqrt{3}}\right]$$

## Correas de cuatro vanos

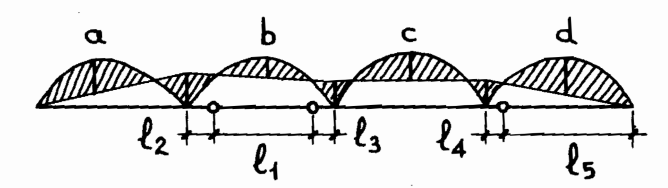
Tipo de carga - Disposición 1ª
Fig.327

g.327




Momentos flectores
Fig.328

g.328




$$Mf_a = Mf_B = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_b = 0{,}05111 \cdot q \cdot l^2$$

$$Mf_C = Mf_c = Mf_D = q \cdot \frac{l^2}{16} \quad ; \quad Mf_d = 0{,}09570 \cdot q \cdot l^2$$

$$l_2 = 0{,}2035 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}157 \cdot l \quad ; \quad l_4 = 0{,}125 \cdot l$$

Esfuerzos cortantes
Fig.329

.329

A B C D E

$$Q_A = - \frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 - \frac{l_2}{l}) \right]$$

$$Q_{Bder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = -\frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 + \frac{l_2}{l}) \right] - q \cdot l_2$$

$$Q_{Cder} = Q_{Dizq} = q \cdot \frac{l}{2} \quad ; \quad Q_{Cizq} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3$$

$$Q_{Dder} = q \cdot \frac{l_5}{2} + q \cdot l_4 \quad ; \quad Q_E = q \cdot \frac{l_5}{2}$$

**Reacciones**

$$A = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 - \frac{l_2}{l}) \right] - \frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l_2}{l}$$

$$B = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 + \frac{l_2}{l}) \right] + \frac{(q \cdot \frac{l_1}{2})}{l} \cdot (l + l_2)$$

$$C = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3 \quad ; \quad D = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_5}{2} + q \cdot l_4 \quad ; \quad E = q \cdot \frac{l_5}{2}$$

**Flecha máxima**

$$f_a = \frac{\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{1000} \cdot (\frac{l}{100})^3}{I} \cdot 4{,}67 - \left[ \frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l^2}{9 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{3}} \right]$$

$$f_b = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad ; \quad f_c = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.} \quad ; \quad f_d = \frac{5 \cdot q \cdot l_5^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

**Tipo de carga - Disposición 2ª**
**($Mf_a = Mf_B = Mf_D = Mf_d$) Fig.330**

Fig.330

## Momentos flectores
Fig.331

g. 331

a b c d

$l_2$ $l_1$ $l_3$ $l_4$ $l_5$

$$Mf_a = Mf_B = Mf_D = Mf_d = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_C = \frac{l^2}{16} \cdot q$$

$$Mf_b = Mf_c = 0{,}05111 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad l_2 = 0{,}2035 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}157 \cdot l$$

$$l_4 = 0{,}1716 \cdot l \quad ; \quad l_1 = 0{,}6395 \cdot l \quad ; \quad l_5 = 0{,}8284 \cdot l$$

## Esfuerzos cortantes
Fig.332

g. 332

A B C D E

$$= -\frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 - \frac{l_2}{l}) \right] \quad ; \quad Q_{Bder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = -\frac{(q \cdot \frac{l_1}{2}) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot (1 + \frac{l_2}{l}) \right] - q \cdot l_2$$

$$Q_{Cder} = Q_{Dizq} = q \cdot \frac{l}{2} \quad ; \quad Q_{Cizq} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3$$

$$Q_{Dder} = q \cdot \frac{l_5}{2} + q \cdot l_4 \quad ; \quad Q_E = q \cdot \frac{l_5}{2}$$

Reacciones

$$A = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l}\right) \right] - \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l}$$

$$B = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l}\right) \right] + \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right)}{l} \cdot (l + l_2)$$

$$C = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3 \quad ; \quad D = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_5}{2} + q \cdot l_4 \quad ; \quad E = q \cdot \frac{l_5}{2}$$

Flecha máxima

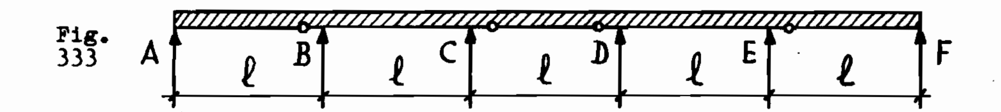
$$f_a = \frac{\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{1000} \cdot \left(\frac{l}{100}\right)^3}{I} \cdot 4{,}67 - \left[ \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l^2}{9 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{3}} \right]$$

$$f_b = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad ; \quad f_c = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.} \quad ; \quad f_d = \frac{5 \cdot q \cdot l_5^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

## Correas de cinco vanos

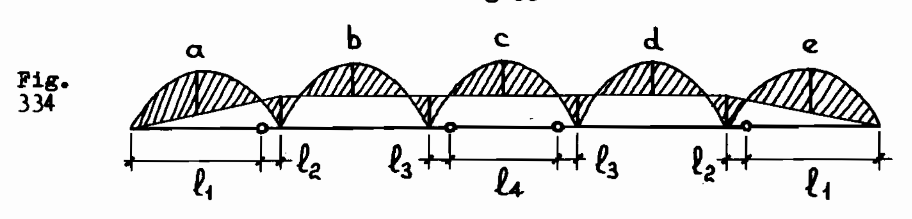
Tipo de carga - Disposición 1ª
Fig.333

Fig. 333




Momentos flectores
Fig.334

Fig. 334

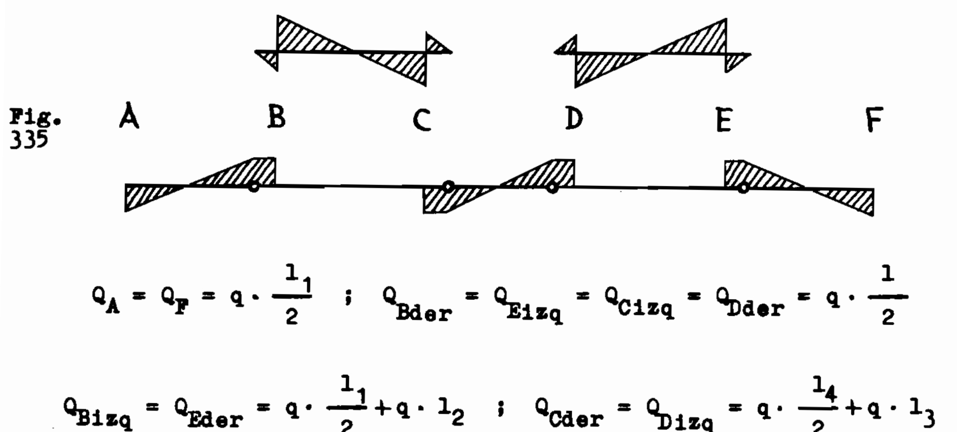


$$Mf_B = Mf_b = Mf_C = Mf_c = Mf_E = Mf_d = Mf_D = q \cdot \frac{l^2}{16}$$

$$Mf_a = Mf_e = 0{,}0957 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad l_2 = 0{,}125 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}1465 \cdot l$$

$$l_1 = 0{,}875 \cdot l \quad ; \quad l_4 = 0{,}707 \cdot l$$

**Esfuerzos cortantes**
**Fig.335**




$$Q_A = Q_F = q \cdot \frac{l_1}{2} \quad ; \quad Q_{Bder} = Q_{Eizq} = Q_{Cizq} = Q_{Dder} = q \cdot \frac{l}{2}$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Eder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2 \quad ; \quad Q_{Cder} = Q_{Dizq} = q \cdot \frac{l_4}{2} + q \cdot l_3$$

**Reacciones**

$$A = F = q \cdot \frac{l_1}{2} \quad ; \quad B = E = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

$$C = D = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_4}{2} + q \cdot l_3$$

**Flecha máxima**

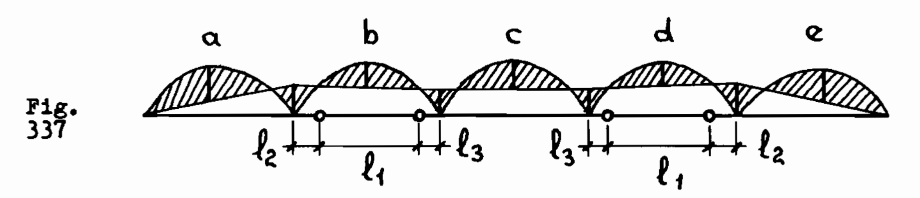
$$f_a = f_e = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \; ; \; f_b = f_d = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.} \; ; \; f_c = \frac{5 \cdot q \cdot l_4^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

**Tipo de carga - Disposición 2ª**
**Fig.336**

Fig.
336

A $\ell$ B $\ell$ C $\ell$ D $\ell$ E $\ell$ F

**Momentos flectores**
**Fig.337**




$$Mf_B = Mf_E = Mf_a = Mf_e = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_C = Mf_D = Mf_c = q \cdot \frac{l^2}{16}$$

$$Mf_b = Mf_d = 0{,}05111 \cdot q \cdot l^2$$

$$l_2 = 0{,}2035 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}157 \cdot l \quad ; \quad l_1 = 0{,}6395 \cdot l$$

**Esfuerzos cortantes**
**Fig.338**

Fig. 338

A B C D E F

$$Q_A = Q_F = -\frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l}\right) \right]$$

$$Q_{Bder} = Q_{Eizq} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Eder} = -\frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l} + \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l}\right) \right] - q \cdot l_2$$

$$Q_{Cder} = Q_{Dizq} = q \cdot \frac{l}{2} \quad ; \quad Q_{Cizq} = Q_{Dder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3$$

**Reacciones**

$$A = F = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l}\right) \right] - \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l_2}{l}$$

$$B = E = \left[ \frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l}\right) \right] + \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right)}{l} \cdot (l + l_2)$$

$$C = D = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_3$$

**Flecha máxima**

$$f_a = f_e = \frac{\frac{q \cdot l + q \cdot l_2}{1000} \cdot \left(\frac{l}{100}\right)^3}{I} \cdot 4{,}67 - \left[ \frac{\left(q \cdot \frac{l_1}{2}\right) \cdot l^2}{9 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{3}} \right]$$

$$f_b = f_d = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad ; \quad f_e = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.}$$

## Correas de más de cinco vanos impares

Tipo de carga - Disposición 1ª
Fig.339

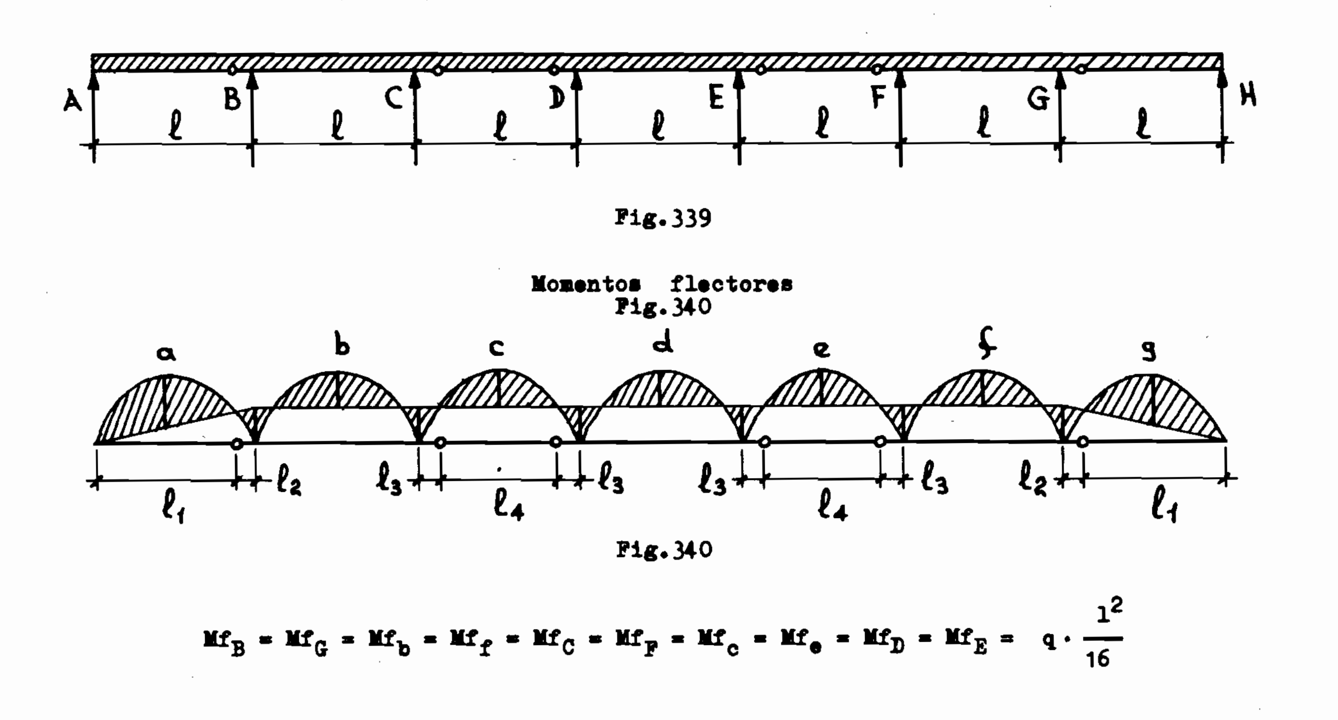



Fig.339

Momentos flectores
Fig.340

Fig.340

$$Mf_B = Mf_G = Mf_b = Mf_f = Mf_C = Mf_F = Mf_c = Mf_e = Mf_D = Mf_E = q \cdot \frac{l^2}{16}$$

$$Mf_a = Mf_g = 0{,}0957 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad l_2 = 0{,}125 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}1465 \cdot l$$

$$l_1 = 0{,}875 \cdot l \quad ; \quad l_4 = 0{,}707 \cdot l$$

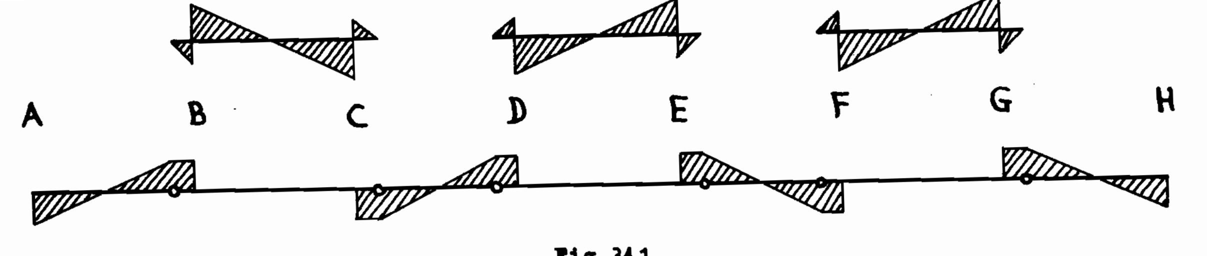



Fig.341

$$Q_A = Q_H = q \cdot \frac{l_1}{2} \;;\; Q_{Cder} = Q_{Eder} = Q_{Dizq} = Q_{Fizq} = q \cdot \frac{l_4}{2} + q \cdot l_3$$

$$Q_{Bder} = Q_{Dder} = Q_{Fder} = Q_{Cizq} = Q_{Eizq} = Q_{Gizq} = q \cdot \frac{l}{2} \;;\; Q_{Bizq} = Q_{Gder} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

**Reacciones**

$$A = F = q \cdot \frac{l_1}{2} \;;\; B = G = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2 \;;\; C = D = E = F = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_4}{2} + q \cdot l_3$$

**Flecha máxima**

$$f_a = f_g = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \;;\; f_c = f_e = \frac{5 \cdot q \cdot l_4^4}{384 \cdot E \cdot I} \;;\; f_b = f_d = f_f = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \text{ aprox.}$$

Tipo de carga - Disposición 2ª
Fig.342

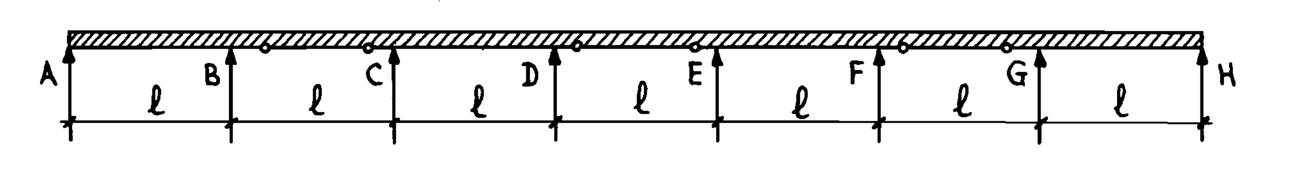



Fig.342

Momentos flectores
Fig.343

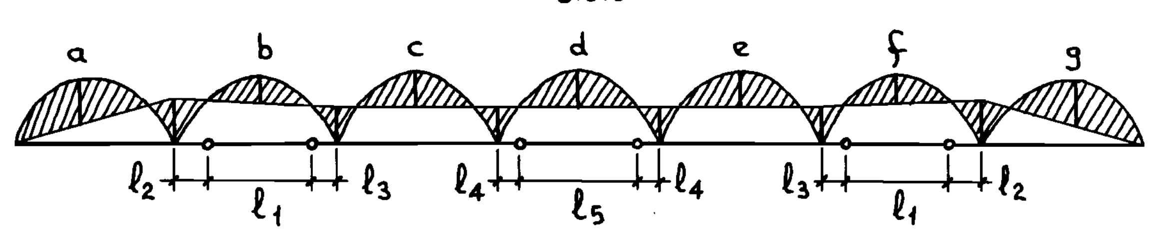



Fig.343

$$Mf_C = Mf_F = Mf_c = Mf_e = Mf_d = Mf_D = Mf_E = q \cdot \frac{l^2}{16} \quad ; \quad Mf_b = Mf_f = 0{,}05111 \cdot q \cdot l^2$$

$$Mf_B = Mf_G = Mf_a = Mf_g = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad l_2 = 0{,}2035 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}157 \cdot l$$

$$l_4 = 0{,}1465 \cdot l \quad ; \quad l_1 = 0{,}6395 \cdot l \quad ; \quad l_5 = 0{,}707 \cdot l$$

**Esfuerzos cortantes**
**Fig.344**

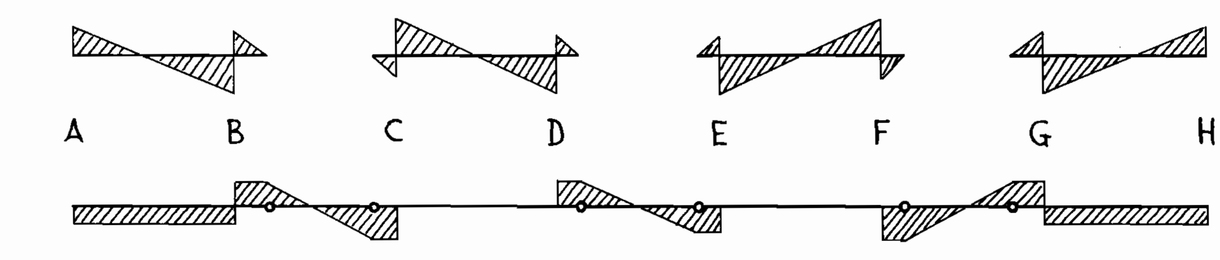



Fig.344

$$Q_A = Q_H = -\frac{\left(q\cdot\frac{l_1}{2}\right)\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1 - \frac{l_2}{l}\right)\right] \quad ; \quad Q_{Bder} = Q_{Gizq} = q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_2$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Gder} = -\frac{\left(q\cdot\frac{l_1}{2}\right)\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1 + \frac{l_2}{l}\right)\right] - q\cdot l_2$$

$$Q_{Cder} = Q_{Dizq} = Q_{Fizq} = Q_{Eder} = q\cdot\frac{l}{2} \quad ; \quad Q_{Cizq} = Q_{Fder} = q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_3$$

$$Q_{Dder} = Q_{Eizq} = q\cdot\frac{l_5}{2} + q\cdot l_4$$

### Reacciones

$$A = H = \left[\frac{q\cdot l+q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1-\frac{l_2}{l}\right)\right] - \frac{\left(q\cdot\frac{l_1}{2}\right)\cdot l_2}{l} \quad ; \quad C = F = q\cdot\frac{l}{2}+q\cdot\frac{l_1}{2}+q\cdot l_3$$

$$B = G = \left[\frac{q\cdot l+q\cdot l_2}{2}\cdot\left(1+\frac{l_2}{l}\right)\right] + \frac{\left(q\cdot\frac{l_1}{2}\right)}{l}\cdot(l+l_2) \quad ; \quad D = E = q\cdot\frac{l}{2}+q\cdot\frac{l_5}{2}+q\cdot l_4$$

### Flecha máxima

$$f_a = f_g = \frac{\frac{q\cdot l+q\cdot l_2}{1000}\cdot\left(\frac{l}{100}\right)^3}{I}\cdot 4{,}67 - \left[\frac{\left(q\cdot\frac{l_1}{2}\right)\cdot l^2}{9\cdot E\cdot I}\cdot\frac{l_2}{\sqrt{3}}\right]$$

$$f_b = f_f = \frac{5\cdot q\cdot l_1^4}{384\cdot E\cdot I} \quad ; \quad f_d = \frac{5\cdot q\cdot l_5^4}{384\cdot E\cdot I} \quad ; \quad f_c = f_e = 0{,}00521\cdot\frac{q\cdot l^4}{E\cdot I} \text{ aprox.}$$

<u>Correas de más de cinco vanos pares</u>

Tipo de carga
Fig.345

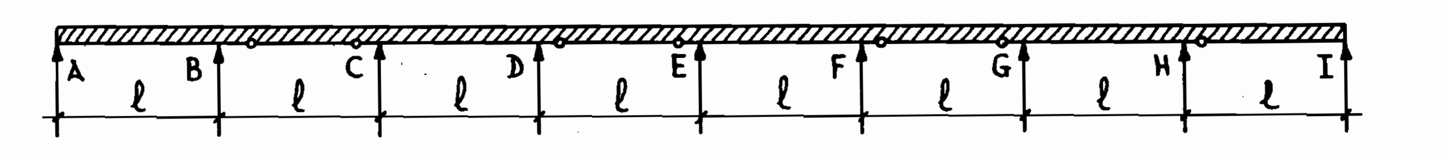



Fig. 345

Fig. 346

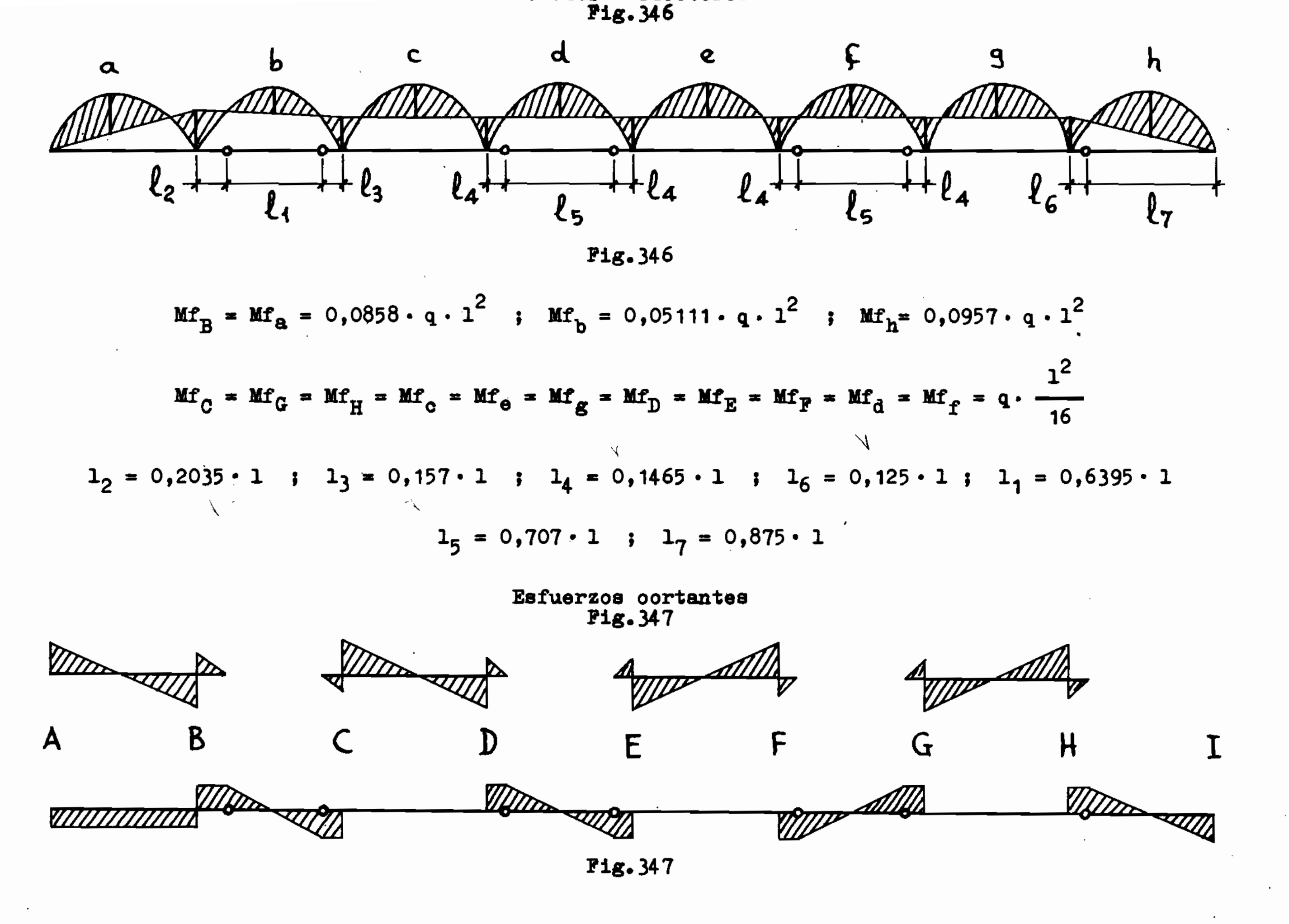



Fig. 346

$$Mf_B = Mf_a = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_b = 0{,}05111 \cdot q \cdot l^2 \quad ; \quad Mf_h = 0{,}0957 \cdot q \cdot l^2$$

$$Mf_C = Mf_G = Mf_H = Mf_c = Mf_e = Mf_g = Mf_D = Mf_E = Mf_F = Mf_d = Mf_f = q \cdot \frac{l^2}{16}$$

$$l_2 = 0{,}2035 \cdot l \quad ; \quad l_3 = 0{,}157 \cdot l \quad ; \quad l_4 = 0{,}1465 \cdot l \quad ; \quad l_6 = 0{,}125 \cdot l \quad ; \quad l_1 = 0{,}6395 \cdot l$$

$$l_5 = 0{,}707 \cdot l \quad ; \quad l_7 = 0{,}875 \cdot l$$

Esfuerzos cortantes
Fig. 347



Fig. 347

$$Q_A = -\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot(1-\frac{l_2}{l})\right] \quad ; \quad Q_{Bder} = q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_2 \quad ; \quad Q_{Cizq} = q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_3$$

$$Q_{Bizq} = -\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l} + \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot(1+\frac{l_2}{l})\right] - q\cdot l_2 \; ; \; Q_{Hder} = q\cdot\frac{l_7}{2} + q\cdot l_6 \quad ; \quad Q_{Iizq} = q\cdot\frac{l_7}{2}$$

$$Q_{Cder} = Q_{Dizq} = Q_{Fizq} = Q_{Eder} = Q_{Gder} = Q_{Hizq} = q\cdot\frac{l}{2} \; ; \; Q_{Dder} = Q_{Eizq} = Q_{Fder} = Q_{Gizq} = q\cdot\frac{l_5}{2} + q\cdot l_4$$

## Reacciones

$$A = \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot(1-\frac{l_2}{l})\right] - \frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l_2}{l} \quad ; \quad B = \left[\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{2}\cdot(1+\frac{l_2}{l})\right] + \frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})}{l}\cdot(l+l_2)$$

$$I = q\cdot\frac{l_7}{2} \; ; \; C = q\cdot\frac{l}{2} + q\cdot\frac{l_1}{2} + q\cdot l_3 \; ; \; D=E=F=G = q\cdot\frac{l}{2} + q\cdot\frac{l_5}{2} + q\cdot l_4 \; ; \; H = q\cdot\frac{l}{2} + q\cdot\frac{l_7}{2} + q\cdot l_6$$

## Flecha máxima

$$f_a = \frac{\frac{q\cdot l + q\cdot l_2}{1000}\cdot(\frac{l}{100})^3}{I} \quad 4{,}67 - \left[\frac{(q\cdot\frac{l_1}{2})\cdot l^2}{9\cdot E\cdot I}\cdot\frac{l_2}{\sqrt{3}}\right] \quad ; \quad f_b = \frac{5\cdot q\cdot l_1^4}{384\cdot E\cdot I}$$

$$f_d = f_f = \frac{5\cdot q\cdot l_5^4}{384\cdot E\cdot I} \quad ; \quad f_c = f_e = f_g = 0{,}00521\cdot\frac{q\cdot l^4}{E\cdot I} \text{ aprox.} \quad ; \quad f_h = \frac{5\cdot q\cdot l_7^4}{384\cdot E\cdot I}$$

## VIGAS ARTICULADAS CON LOS VANOS EXTREMOS MENORES

Para poder poner el mismo perfil, sin reforzar las vigas extre -
s, hay que proyectar la nave, con los vanos extremos menores. De esta
rma se consigue un momento flector menor, y por lo tanto, el perfil -
e sale es el mismo que el de los vanos interiores.

A continuación se expondrán las fórmulas para saber a la separa-
ón que hay que dejar los vanos extremos. También se pondrán seguida--
nte la forma de cálculo de estos vanos de número impar.

Como en las vigas del tipo anterior, en éstas el número de arti-
laciones es igual al número de apoyos interiores (ver figura 317).

Fórmula para hallar las separaciones correctas de los vanos (ver
gura 348) :

$$L = ( n - 2 ) \cdot l + ( 2 \cdot 0{,}8535 \cdot l )$$

$$l = \frac{L}{n - 2 \quad \cdot 0{,}1465} \quad ; \quad l_4 = 0{,}8535 \cdot l$$

l = longitud de los vanos interiores

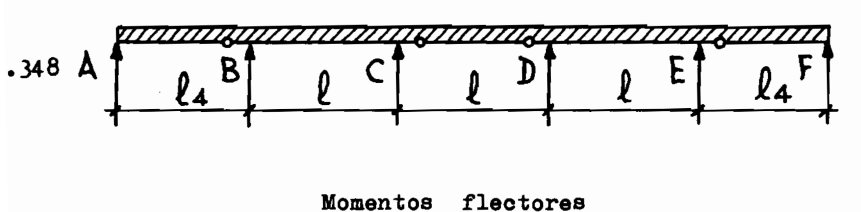
n = número de apoyos

L = longitud total entre apoyos extremos

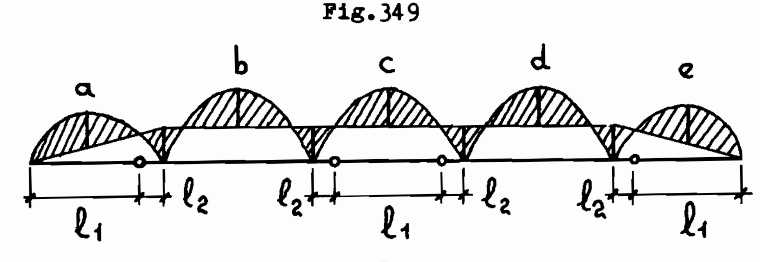
$l_4$= vanos extremos

### Correas de vanos impares

Tipo de carga
Fig.348




Momentos flectores
Fig.349



$$Mf_a = Mf_b = Mf_c = Mf_d = Mf_e = Mf_B = Mf_C = Mf_D = Mf_E = 0{,}0625 \cdot q \cdot l^2$$

$$l_1 = 0{,}707 \cdot l \quad ; \quad l_2 = 0{,}1465 \cdot l$$

Esfuerzos cortantes
Fig.350

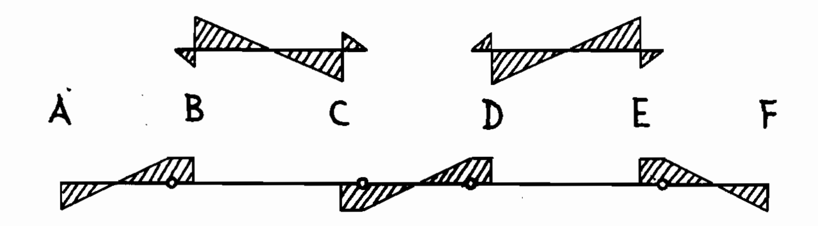



Fig.350

$$Q_A = Q_F = q \cdot \frac{l_1}{2} \quad ; \quad Q_{Bder} = Q_{Eizq} = Q_{Cizq} = Q_{Dder} = q \cdot \frac{l}{2}$$

$$Q_{Bizq} = Q_{Eder} = Q_{Cder} = Q_{Dizq} = q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

Reacciones

$$A = F = q \cdot \frac{l_1}{2} \quad ; \quad B = E = C = D = q \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l_1}{2} + q \cdot l_2$$

Flecha máxima

$$f_a = f_c = f_e = \frac{5 \cdot q \cdot l_1^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad ; \quad f_b = f_d = 0{,}00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I}$$

## REFUERZOS DE LOS TRAMOS EXTREMOS

Como los tramos extremos, tienen un momento flector y flecha mayor que los otros tramos, se dan a continuación unas normas para la longitud y situación del refuerzo que hay que poner. Como refuerzo se pondrá unas platabandas o perfiles soldados lateralmente, asi como también unas platabandas de poco espesor en la parte superior e inferior de la-viga (ver figuras 351 a 354).

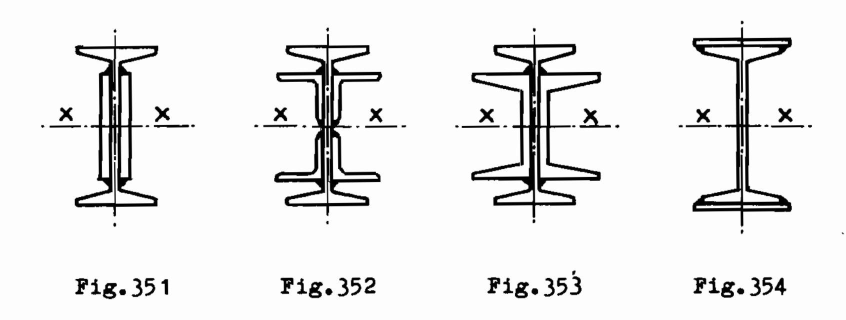



Fig.351    Fig.352    Fig.353    Fig.354

Con respecto a la longitud y situación de los refuerzos se utilizarán las normas siguientes (ver figura 355) :

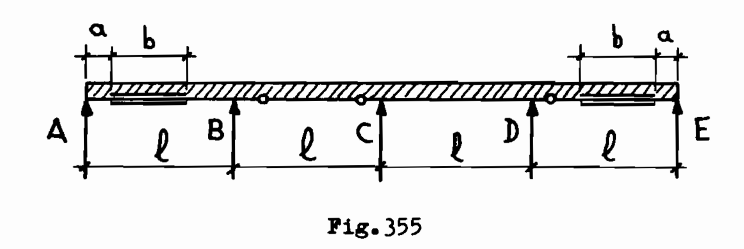



Fig.355

$$a = 0{,}18 \cdot l \quad ; \quad b = 0{,}515 \cdot l$$

## ARTICULACIONES

La articulación se podrá proyectar con las normas que se dan a continuación (ver figura 356) :

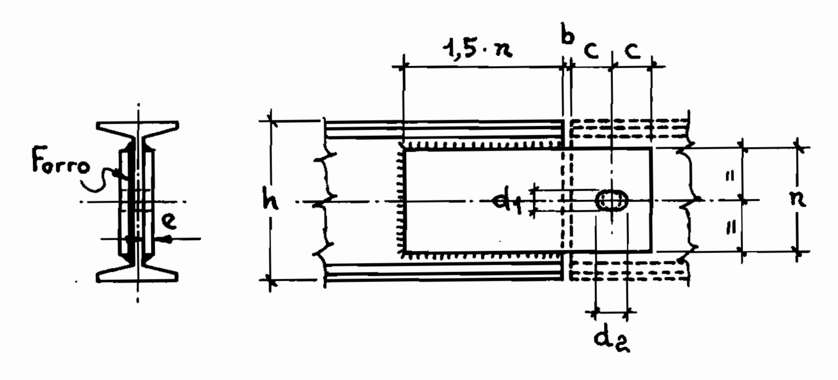



Fig.356

El alma de la viga llevará un agujero redondo, de diámetro $d_1$, y las chapas de articulación un agujero rasgado.

$n = 0,7 \cdot h$ ; $c = 2,5 \cdot d$ ; $d_1 = d + 1$ mm ; $d_2 = d +$ dilatación

$b =$ dilatación $+ 5$ mm ; $a =$ espesor del cordón de soldadura

$d =$ diámetro del tornillo

Por la tabla 42 se podrá obtener los datos, de espesores de las chapas de la articulación, el espesor del cordón de soldadura, y la carga que puede soportar la articulación con diferentes tornillos. Los tornillos deberán de tener un pasador, para evitar que con el tiempo se caiga la tuerca. Tornillos acero F-114.

**Tabla 42**

| I. PN. | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| "e" mm | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 |
| "a" mm | 2,5 | 3 | 3,5 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
| 8 | 560 | 640 | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- |
| 10 | 700 | 800 | 900 | 1000 | ---- | ---- | ---- |
| 12 | 840 | 970 | 1100 | 1200 | 1350 | 1450 | ---- |
| 16 | 1100 | 1250 | 1450 | 1600 | 1800 | 1950 | 2150 |
| 20 | ---- | 1600 | 1800 | 2000 | 2250 | 2450 | 2700 |
| 22 | ---- | ---- | 2000 | 2200 | 2450 | 2700 | 2900 |
| 24 | ---- | ---- | ---- | 2400 | 2700 | 2950 | 3200 |
| 27 | ---- | ---- | ---- | ---- | 3000 | 3300 | 3600 |
| 30 | ---- | ---- | ---- | ---- | 3300 | 3700 | 4000 |
| 33 | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- | 4000 | 4400 |
| 36 | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- | 4800 |
| 39 | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- | ---- | 5200 |
| "d" Tornillo M | Carga que soporta en Kg | | | | | | |

Para permitir un buen juego, se pondrá un forro de una chapa de 1 mm, debajo de una de las chapas de la articulación(antes de soldarla).

## EJEMPLO DE CALCULO DE UNA VIGA ARTICULADA GERBER

Para comprobar la diferencia que hay entre las vigas continuas y las articuladas Gerber, calcularemos las vigas del ejemplo de la página 180.

Como se ve, la nave tiene en el centro una junta de dilatación, la cual como queda dicho al principio se puede prescindir de ella. Para mantener la misma luz en los vanos, acortaremos la nave en 600 mm, con lo cual se puede hacer una comparación. Por lo tanto tendremos una nave con 12 vanos de luz de 6500 mm.

### Tipo de carga

En la figura 357 está representado la colocación de las articulaciones en su vano correspondiente, según las normas dadas anteriormente.

## Momentos flectores

La figura 358 muestra gráficamente los momentos flectores en toda la viga. A continuación se calcularán los momentos flectores,con las fórmulas que se han expuesto, en su apartado correspondiente al número de vanos. Datos ; $l_2 = 0,2035 \cdot 650 = 132$ ; $l_3 = 0,157 \cdot 650 = 102$

$l_4 = 0,1465 \cdot 650 = 95$ ; $l_6 = 0,125 \cdot 650 = 81$ ; $l_1 = 0,6395 \cdot 650 = 415$

$l_5 = 0,707 \cdot 650 = 459$ ; $l_7 = 0,875 \cdot 650 = 568$ ; $q = 1,12$ Kg por centimetro lineal.

$$Mf_B = Mf_a = 0,0858 \cdot 1,12 \cdot 650^2 = 40600 \text{ Kg cm}$$

$$Mf_b = 0,05111 \cdot 1,12 \cdot 650^2 = 24185 \text{ Kg cm}$$

$$Mf_1 = 0,0957 \cdot 1,12 \cdot 650^2 = 45285 \text{ Kg cm}$$

$$Mf \text{ resto} = 1,12 \cdot \frac{650^2}{16} = 29575 \text{ Kg cm}$$

## Cálculo del perfil

Para los tramos interiores necesitamos un perfil con el momento-resistente siguiente :

$$R_x = \frac{29575}{1200} = 24,6 \text{ cm}^3$$

Con este momento resistente si miramos en la tabla de la página-13, veremos que con una I PN 10 tenemos suficiente, ya que ésta tiene - 34,2 cm$^3$. Ahora miraremos la flecha :

$$\text{flecha admisible} = \frac{1}{300} = \frac{650}{300} = 2,1 \text{ cm}$$

$$f_c = 0,00521 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,00521 \cdot \frac{1,12 \cdot 650^4}{2100000 \cdot 171} = 2,9 \text{ cm}$$

Luego ya vemos que no se puede poner el mismo perfil que con las vigas continuas (ver página 182), por lo tanto probaremos con la viga - I PN 12 ( $I_x = 328$ cm4 ).

$$f_c = 0,00521 \cdot \frac{1,12 \cdot 650^4}{2100000 \cdot 328} = 1,5 \text{ cm}$$

Tipo de carga
Fig. 357

Momentos flectores
Fig. 358

Esfuerzos cortantes
Fig. 359

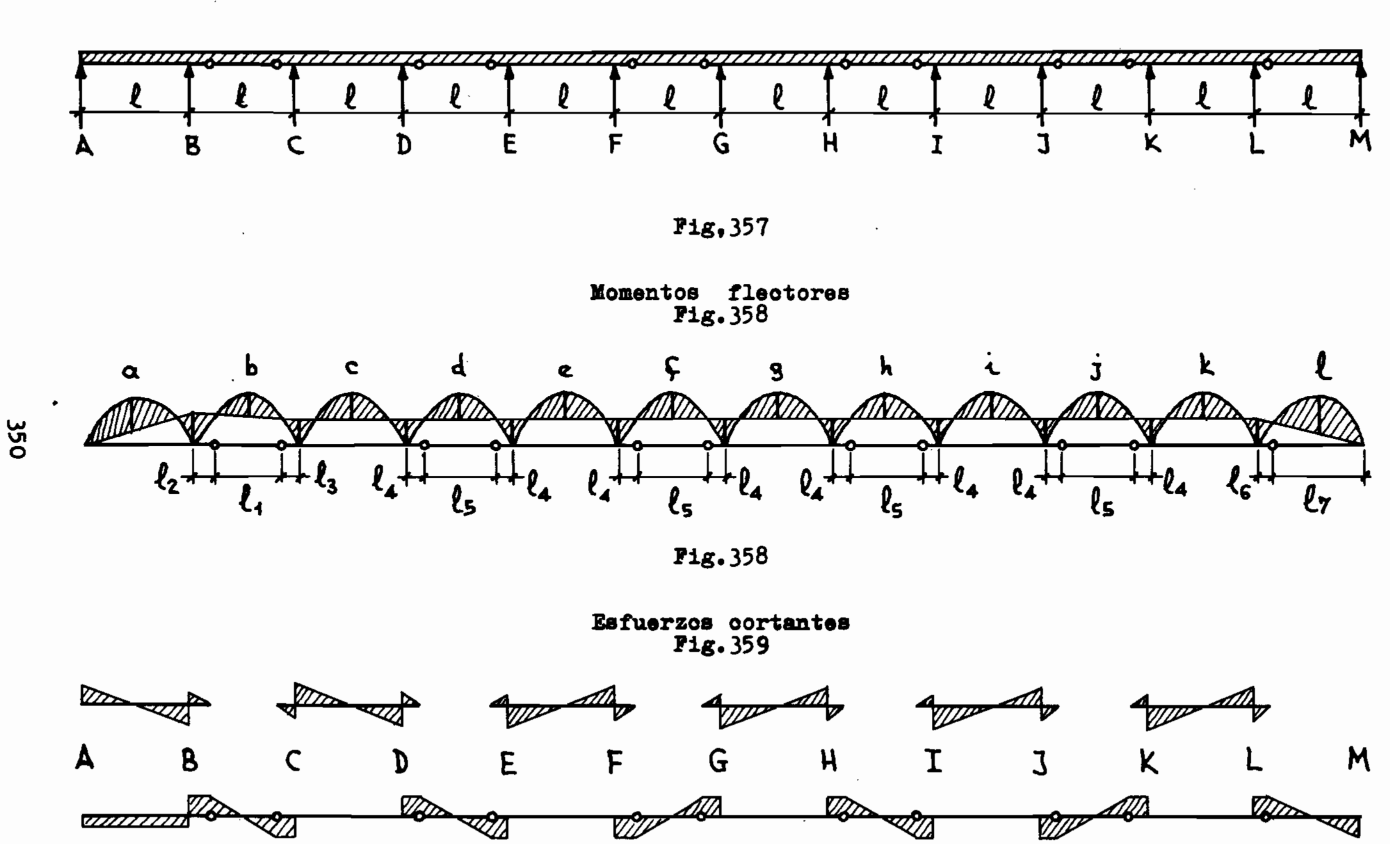



Fig. 357

Fig. 358

Fig. 359

por lo tanto, con esta viga si es admisible la flecha.

Para el tramo L - M de la viga, necesitaremos el momento resistente siguiente :

$$R_x = \frac{45285}{1200} = 37,8 \text{ cm}^3$$

Como la doble te de 12 tiene un momento resistente de 54,7 cm$^3$,- la viga es admisible, con respecto al momento resistente. La flecha para esta viga será :

$$f_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l_7^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 1,12 \cdot 568^4}{384 \cdot 2100000 \cdot 328} = 2,6 \text{ cm}$$

$$\text{y la admisible es} = \frac{568}{300} = 1,9 \text{ cm}$$

Por lo tanto no es admisible, y habrá que reforzar el perfil. Para ello pondremos una U.PN.8 a cada lado según se indica en la figura - 353. Con este refuerzo tendremos un momento de inercia de(la suma de el de las tres vigas), 328 + 106 + 106 = 540 cm4. Comprobaremos ahora nuevamente, si con estos refuerzos es admisible la flecha.

$$f_1 = \frac{5 \cdot 1,12 \cdot 568^4}{384 \cdot 2100000 \cdot 540} = 1,5 \text{ cm}$$

Por lo tanto con este refuerzo si es admisible la viga. La longitud y situación del refuerzo,se tomará según se indica en la figura 355.

El tramo A - B, como tiene un momento flector menor que el anterior que se calculó L - M, sabemos que resiste perfectamente. Lo que es diferente es la flecha, por lo tanto habrá que comprobar si vale sin refuerzo.

$$f_a = \frac{\dfrac{q \cdot l + q \cdot l_2}{1000} \cdot \left(\dfrac{l}{100}\right)^3}{I} \cdot 4,67 - \left[ \frac{\left(q \cdot \dfrac{l_1}{2}\right) \cdot l^2}{9 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{3}} \right] =$$

$$= \frac{\dfrac{1,12 \cdot 650 + 1,12 \cdot 132}{1000} \cdot \left(\dfrac{650}{100}\right)^3}{328} \cdot 4,67 - \left[ \frac{\left(1,12 \cdot \dfrac{415}{2}\right) \cdot 650^2}{9 \cdot 2100000 \cdot 328} \cdot \frac{132}{1,73} \right] = 1,9 \text{ cm}$$

$$\text{y la flecha admisible es} = \frac{650}{300} = 2,1 \text{ cm}$$

Por lo tanto, como la flecha que da la viga es menor de la admisible, aqui no hace falta poner refuerzo.

Para las articulaciones se tomará el valor máximo del esfuerzo cortante, y luego se tomará el tornillo adecuado, de la tabla 42. Aqui el esfuerzo cortante máximo en la articulación es el siguiente :

$$Q_{max} = q \cdot \frac{l_7}{2} = 1,12 \cdot \frac{568}{2} = 318 \text{ Kg}$$

Por lo tanto vemos que el tornillo adecuado es el de M 10. Las medidas de las chapas y su colocación, se tomarán según se indica en la figura 356.

Tanto la tensión cortante (ver página 33), como la tensión transversal (ver pagina 57), son ampliamente admisibles, con lo cual queda terminado el cálculo de estas vigas articuladas.

# 15 VIGAS CALADAS

# INTRODUCCION

Las vigas caladas están confeccionadas normalmente, con perfiles
nados. Para su construcción se tomará el perfil laminado adecuado -
el caso, y se dividirá éste en dos partes, las cuales se soldarán-
nuevamente.

Con las vigas caladas, el beneficio que se obtiene, es más bien -
tico que económico, ya que aunque se reduce el peso, el trabajo de-
y soldadura restan mucho el ahorro obtenido.

Las vigas caladas que se van a explicar aqui son diferentes de -
, con las cuales hay que emplear fórmulas de cálculo especiales. -
lo tanto con éstas vigas, se podrán utilizar las fórmulas normales,
más pueden soportar cargas concentradas superiores a las de otro -
de calado.

En la figura 360 se puede ver el corte que hay que dar al perfil
ado, para hacer dos mitades. Estas dos mitades se unirán luego sol
las, como se indica en la figura 361.

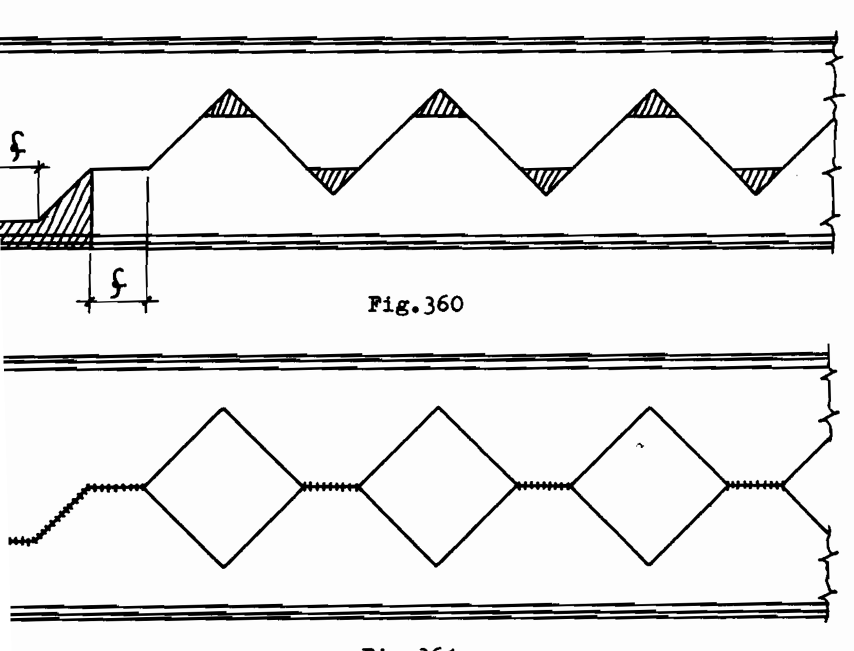



Fig.360

Fig.361

La medida "f" tendrá la dimensión adecuada, según la longitud de
y el apoyo que se le tenga que poner. La parte rayada de la fi-
0 es el sobrante.

El corte del perfil laminado para hacer las vigas caladas, se de
cer con soplete oxiacetilénico, bien sea manual o con máquina, -
éndose este último, ya que los cortes salen más exactos.

## DIMENSIONES DE CALADO

A continuación se dan las dimensiones de corte, para las vigas - caladas. Con estas normas se podrá hacer el trazado del calado, en los perfiles laminados doble tes normales. El final (apoyo,ver medida "f"de la figura 360), podrá ser mayor o menor, en los casos en que convenga - situar los agujeros de calado en un sitio determinado, o según la longitud de la viga. El ángulo que se ha tomado es de 45°, por ser el adecuado en este tipo de vigas caladas. Todas las medidas están referidas a - la altura "h", del perfil elegido antes de cortarlo (ver figura 362).

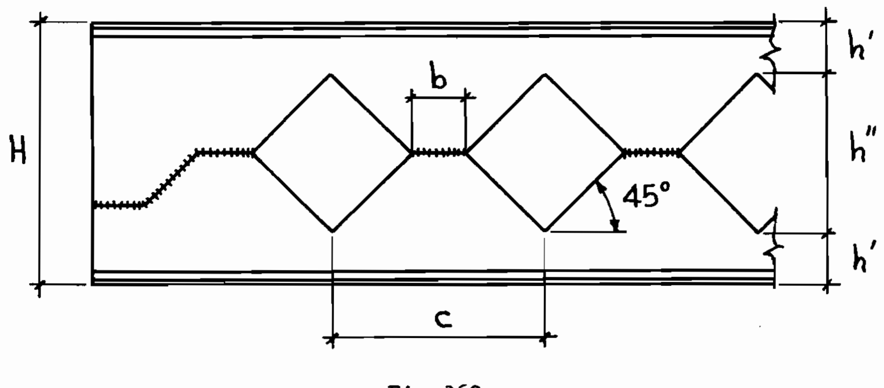


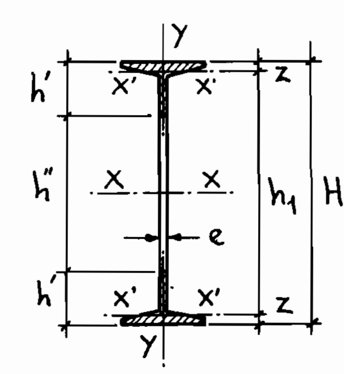

Fig.362

H = h/4 · 5 ; b = h/4 ; h′ = h/4 ; h′′= h/4 · 3 ; c = h

## CALCULO DE LAS VIGAS

Como se ha dicho anteriormente, este tipo de vigas caladas, se - calculan con las fórmulas normales de las vigas. En la tabla 43 se dan-los datos necesarios del momento resistente, el momento de inercia, la sección de los cordones inferior y superior, la situación del eje de -- gravedad del cordón superior e inferior, y la altura total H de la viga calada (ver figura 363).

Fig. 363




A continuación se pondrán dos ejemplos, uno de una viga simple-

ınte apoyada con carga concentrada, y el otro una viga simplemente opo ıda con carga uniformemente repartida. Repasando estos dos ejemplos,ya ı podrán calcular todas las demás variantes, con éste tipo de vigas ca ıdas.

En las vigas con cargas concentradas grandes, dónde haga falta - ›locar unos rigidizadores, para trasladar la carga al ala inferior, se ›locará dicha carga entre dos calados como se indica en la figura 368.

TABLA 43

| I.PN. cm | H cm | h´ cm | $h_1$ cm | z cm | $S_{h'}$ $cm^2$ | $R_{x'x'}$ $cm^3$ | $I_{x'x'}$ $cm^4$ | $I_{xx}$ $cm^4$ | $R_{xx}$ $cm^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 20,0 | 4 | 18,2 | 0,90 | 8,95 | 2,6 | 8,1 | 1498,2 | 149,8 |
| 18 | 22,5 | 4,5 | 20,4 | 1,01 | 10,91 | 3,61 | 12,6 | 2295,2 | 204,0 |
| 20 | 25,0 | 5 | 22,7 | 1,12 | 13,07 | 4,62 | 17,9 | 3429,2 | 274,3 |
| 24 | 30,0 | 6 | 27,3 | 1,34 | 17,97 | 8,08 | 37,7 | 6771,8 | 451,5 |
| 28 | 35,0 | 7 | 31,8 | 1,58 | 23,62 | 12,68 | 68,7 | 12080 | 690,2 |
| 32 | 40,0 | 8 | 36,3 | 1,83 | 29,87 | 18,93 | 116,8 | 19913 | 995,6 |
| 36 | 45,0 | 9 | 40,8 | 2,09 | 37,05 | 26,98 | 186,5 | 31210 | 1387 |
| 40 | 50,0 | 10 | 45,3 | 2,33 | 44,77 | 36,74 | 281,9 | 46499 | 1859 |

## 1er EJEMPLO DE CALCULO DE UNA VIGA CALADA

A continuación se calculará una viga calada, con carga concentra ı en el centro de la viga, y simplemente apoyada. La carga concentrada ərá de 25200 Kg, la tensión de trabajo 1400 Kg/cm2, y la separación - ıtre apoyos de 400 cm.

Tipo de carga

Fig.364

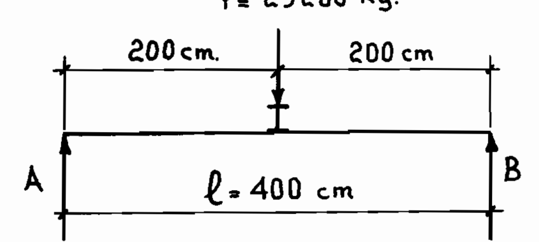



Fig.364

$$Mf_{max} = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{25200 \cdot 400}{4} = 2520000 \text{ Kg cm}$$

## Esfuerzos cortantes

Fig.365

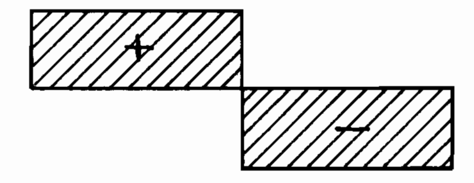



Fig.365

$$Q_A = \frac{P}{2} = \frac{25200}{2} = 12600 \text{ Kg} \; ; \quad Q_P = R_A - P = 12600 - 25200 = -12600 \text{ Kg}$$

## Tensión de trabajo

Escogeremos la viga calada de I.PN.40 . Esta viga oalada tiene- los siguientes datos, según las normas que se dieron de calado, y la tabla 43 (ver figura 366):

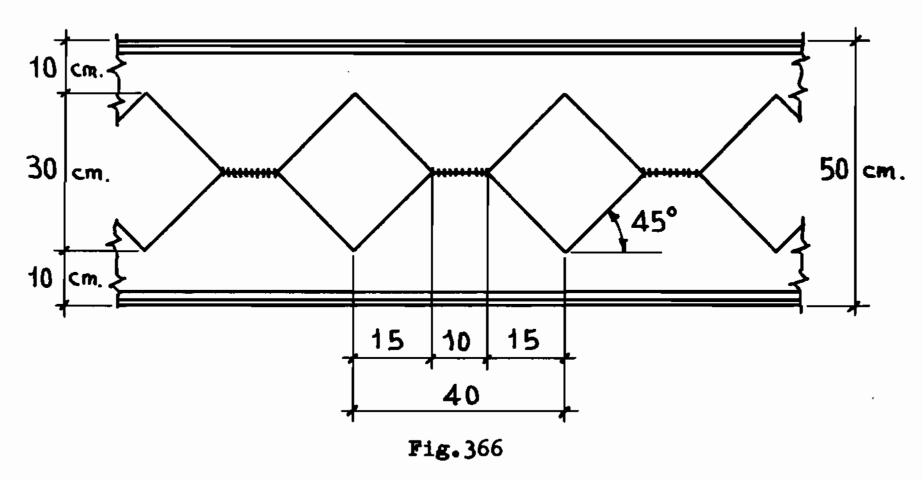



Fig.366

$$R_{x\,x} = 1859 \text{ cm}^3$$

Con estos datos hallaremos la tensión de trabajo, de esta viga - calada, que será :

$$T_{trab} = \frac{Mf}{R_{x\ x}} = \frac{2520000}{1859} = 1355 \text{ Kg cm}$$

Esta es la tensión de trabajo por la carga concentrada, ahora se tendrá también que hallar, la tensión de trabajo debido al peso propio de la viga, que será :

Peso del perfil I.PN.40 = 92,6 Kg por metro

$$C' = 92{,}6 \cdot 4 = 370{,}4 \text{ Kg}$$

$$Mf' = \frac{C' \cdot l}{8} = \frac{370{,}4 \cdot 400}{8} = 18520 \text{ Kg cm}$$

$$T'_{trab} = \frac{Mf'}{R_{xx}} = \frac{18520}{1859} = 9{,}9 \approx 10 \text{ Kg/cm}^2$$

La tensión de trabajo de la viga calada, será por lo tanto:

$$T_{to} = 1355 + 10 = 1365 \quad \text{Kg/cm}^2$$

Por lo tanto como es inferior a 1400 Kg/cm$^2$, es admisible.

## Tensión cortante

Como calculamos anteriormente (ver figura 365), el esfuerzo cortante es de 12600 Kg. La sección de un cordón es según la tabla 43, de 44,77 cm2. Los dos cordones serán por lo tanto 44,77 · 2 = 89,54 cm2. Con estos datos, tendremos la tensión cortante siguiente :

$$T_{cor} = \frac{Q}{S} = \frac{12600}{89} = 141 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto, admisible.

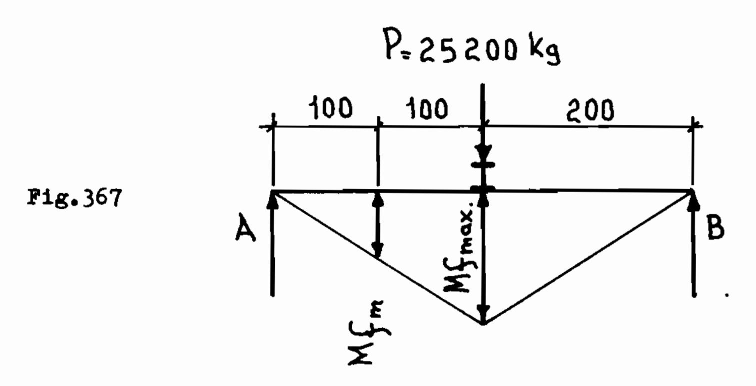
## Pandeo del cordón superior de la viga

Ahora habrá que comprobar si resiste a pandeo el cordón superior (ver página 50). En este caso el valor medio del momento flector será - (ver figura 367) :

$$Mf_m = \frac{Mf_{max}}{2} = \frac{2520000}{2} = 1260000 \text{ Kg cm}$$

Despreciando el momento flector medio, producido por el peso propio de la viga, ya que es muy pequeño, relativamente.

Fig.367




El momento estático del cordón superior será :

$$Me = S \cdot \frac{h_1}{2} = 44{,}77 \cdot \frac{45{,}3}{2} = 1014 \quad cm^3$$

Para hallar el radio de giro del eje y - y del cordón superior se procederá como se indica a continuación. En la tabla de la página 13 se tomará el momento de inercia de toda la viga, referido al eje y-y, que es en este caso 1160 cm4. La mitad de la viga, partida por el eje del alma tendrá un momento de inercia de 1160 : 2 = 580 cm4. Ahora habrá que restarle a este momento, el momento de inercia del trozo de alma que falta en el cordón superior, para hacer la media viga. El momento de inercia de este trozo, será sabiendo que el alma tiene un espesor de 1,44 cm el siguiente :

$$I = \frac{10 \cdot 1{,}44^3}{12} = 24 \quad cm^4$$

La altura 10 cm sale de (40 : 2) - h'

A continuación restaremos este momento de inercia de este trozo del alma, al de la mitad de la viga I.PN.40, que será 580 - 24 =556cm4. Este será por lo tanto, el momento de inercia del cordón superior, referido al eje y - y. La sección del cordón superior se podrá sacar de la tabla 43, y entonces el radio de giro del eje y - y del cordón superior será :

$$i_y = \sqrt{\frac{556}{44{,}7}} = 3{,}5 \text{ cm}$$

La esbeltez del cordón superior es por lo tanto :

$$\lambda = \frac{l : 2}{i_y} = \frac{200}{3,5} = 57$$

El módulo de la esbeltez de 57 será (ver página 226) :

$$\omega = 1,27$$

El esfuerzo de compresión en el cordón superior es :

$$P_c = \frac{Mf_m}{I_{viga}} \cdot Me = \frac{1260000}{46499} \cdot 1014 = 27378 \text{ Kg}$$

Con todo esto hallaremos, a la tensión que trabaja a pandeo el - cordón superior, que será :

$$T_{trab} = \frac{P_c \cdot \omega}{S} = \frac{27378 \cdot 1,27}{44} = 790 \text{ Kg/cm}^2$$

Como se ve, es menor que la tensión de trabajo admisible, y vale por lo tanto a pandeo,el cordón superior de la viga calada.

## Flecha

Ahora tendremos que hallar la flecha que se produce en la viga,- por la carga concentrada y la del peso propio.

Flecha por carga concentrada

$$f = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{25200 \cdot 400^3}{48 \cdot 2100000 \cdot 46499} = 0,73 \text{ cm}$$

Como ha salido una flecha muy pequeña, la flecha por el peso propio será despreciable. La flecha admisible sería 400:200= 2 cm, luego - la flecha es ampliamente aceptable.

## Soldadura

Para hallar la tensión de trabajo de la soldadura tenemos los datos siguientes :

$c = 40$ cm ; $e = 1,44$ cm ; $Q = 12600$ Kg ; $h_1 = 45,3$ cm; $b = 10$ cm

Con estos datos podremos calcular la tensión de trabajo de la soldadura, que será :

$$T_{sold} = \frac{Q \cdot c}{b \cdot h_1 \cdot e} = \frac{12600 \cdot 40}{10 \cdot 45{,}3 \cdot 1{,}44} = 772 \quad Kg/cm^2$$

La tensión admisible en los cordones a tope (ver pagina 133), es de 910 Kg/cm2 para este caso, por lo tanto admisible (hemos despreciado aqui para el cálculo, el esfuerzo cortante producido por el peso propio de la viga, ya que es muy pequeño).

## Cálculo del rigidizador

Como se dijo al principio, en las cargas concentradas habrá que poner unos rigidizadores, que transmitan la carga al ala inferior. En este caso tenemos un alma de 10 cm · 1,4 cm, y pondremos 2 chapas soldadas de 2 cm de espesor y 6,9 cm de anchura (ver figura 368).

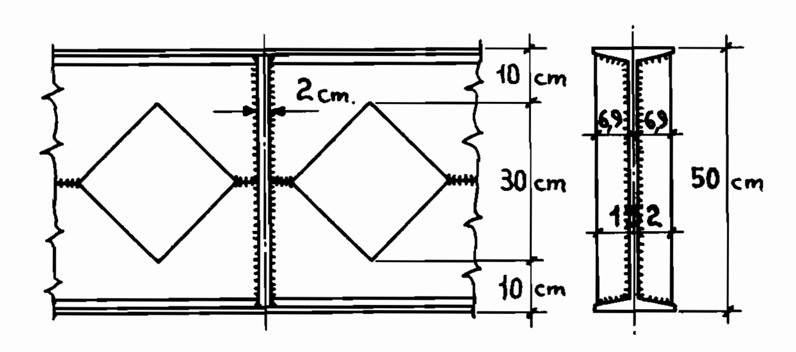



Fig.368

Momento de inercia de los rigidizadores :

$$I = \frac{2 \cdot 15{,}2^3}{12} = 585{,}3 \quad cm^4$$

Momento de inercia del trozo de alma :

$$I' = \frac{8 \cdot 1{,}44^3}{12} = 2{,}0 \ cm^4$$

Momento de inercia total :

$$I_{to} = 585{,}3 + 2 = 587{,}3 \quad cm^4$$

Sección del rigidizador y la parte del alma que también trabaja :

$$S = 15{,}2 \cdot 2 + 1{,}44 \cdot 8 = 42 \text{ cm}^2$$

Radio de giro de la sección :

$$i_y = \sqrt{\frac{587{,}3}{42}} = 3{,}7 \text{ cm}$$

Esbeltez de la sección :

$$\lambda = \frac{46}{3{,}7} = 12{,}4$$

Como la esbeltez es menor de 20 ( ver página 226) , no hay pandeo, por lo tanto solo hay compresión y tendremos la siguiente tensión de trabajo :

$$T_{trab} = \frac{P}{S} = \frac{25200}{42} = 600 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto es admisible, y vale el rigidizador con las dimensiones que se le han dado.

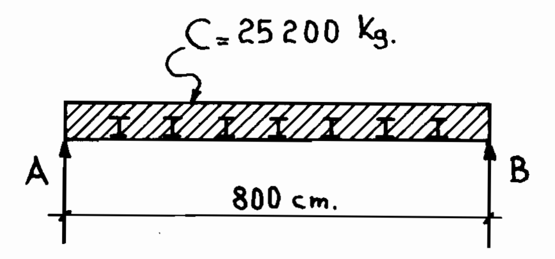
## 2º EJEMPLO DE CALCULO DE UNA VIGA CALADA

En este 2º ejemplo, calcularemos una viga, con carga uniformemente repartida (más de 4 cargas concentradas, ver página 36), y simplemente apoyada. La separación entre apoyos será de 800cm, la carga uniformemente repartida 25200 Kg, y la tensión de trabajo 1400 Kg/cm2.

Tipo de carga

Fig.369

Fig.369

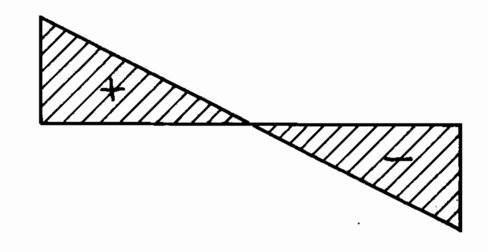


$$Mf_{max} = \frac{C \cdot l}{8} = \frac{25200 \cdot 800}{8} = 2520000 \text{ Kg cm}$$

## Esfuerzos cortantes

Fig.370

Fig.370




$$Q_A = R_A = \frac{C}{2} = \frac{25200}{2} = 12600 \text{ Kg}$$

## Tensión de trabajo

Como se ve por lo anteriormente expuesto, con la separación entre apoyos de 800 cm y la carga uniformemente repartida de 25200 Kg,nos sale el mismo momento flector, y el mismo esfuerzo cortante, que hay en el ejemplo anterior. Por lo tanto, tomaremos también la viga calada del perfil I.PN.40. Los datos de calado y alturas se podrán tamar de la figura 366.

La tensión de trabajo total, por la carga uniformemente repartida de 25200 Kg ( C ), y el peso propio de la viga ($C' = 92{,}6 \cdot 8 = 740{,}8$) será :

$$T_{trab} = \frac{\frac{C \cdot l}{8} + \frac{C' \cdot l}{8}}{R_{xx}} = \frac{2520000 + \frac{740{,}8 \cdot 800}{8}}{1859} = 1395 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto todavia admisible.

## Tensión cortante

La tensión cortante será en este caso, conociendo que la sección de los dos cordones es de 89,54 cm2, y el peso de la viga ≈ 740 Kg , el siguiente :

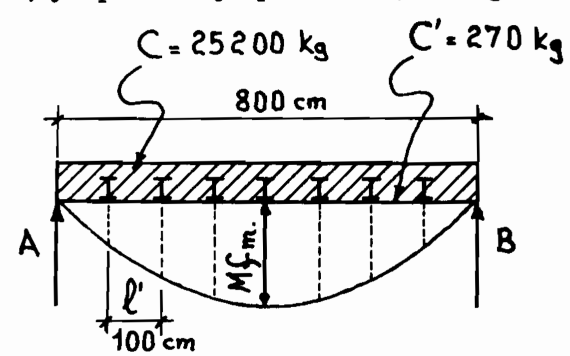
$$T_{cor} = \frac{12600 + \frac{740}{2}}{89} = 143 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto, es relativamente pequeña.

## Pandeo del cordón superior

La resistencia a pandeo del codón superior, será aqui superior -
l ejemplo anterior. La viga va sujeta en siete partes de su longitud -
apoyan en este caso particular viguetas), y el momento flector medio -
e toma el máximo, ya que es muy aproximado (ver figura 371).

Fig.371




$$Mf_m = 2520000 + 74080 = 2594080 \text{ Kg cm}$$

El momento estático del cordón superior, según hallamos anterior
ente es :

$$Me = S.\frac{h_1}{2} = 44,77\cdot\frac{45,3}{2} = 1014 \text{ cm}^3$$

El momento de inercia del cordón superior, según hallamos ante--
ormente, era de 556 cm4. Por lo tanto,el radio de giro será :

$$i_y = \sqrt{\frac{556}{44,7}} = 3,5 \text{ cm}$$

Ahora la esbeltez del cordón superior será en este ejemplo,la si
iente :

$$\lambda = \frac{l'}{i_y} = \frac{100}{3,5} = 28$$

El módulo de la esbeltez (ver pagina 226) será :

$$\omega = 1,07$$

Esfuerzo de compresión en el cordón superior :

$$P_c = \frac{Mf_m}{I_{viga}} \cdot Me = \frac{2594080}{46499} \cdot 1014 = 56479 \text{ Kg}$$

Ahora se hallará, la tensión a que trabaja el cordón superior a pandeo, que será :

$$T_{trab} = \frac{P_c \cdot \omega}{S} = \frac{56479 \cdot 1,07}{44} = 1373 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto es todavia admisible, y vale el cordón superior, trabajando a pandeo.

## Flecha

La flecha que se produce en la viga, deberá ser igual o inferior a la admisible. La flecha admisible es la siguiente (ver página 28) :

$$f = \frac{l}{300} = \frac{800}{300} = 2,6 \text{ cm}$$

La flecha que se produce por las cargas uniformemente repartidas, será :

$$f = \frac{5 \cdot C'' \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot (25200 + 740) \cdot 800^3}{384 \cdot 2100000 \cdot 46499} = 1,78 \text{ cm}$$

Luego sale menor que 2,6 cm que es la admisible, y por lo tanto vale la flecha que da la viga.

## Soldadura

El cálculo de la soldadura, sin despreciar el esfuerzo cortante producido por el peso propio de la viga (740 : 2 = 370 Kg), será el siguiente :

$$T_{sold} = \frac{(Q + Q') \cdot C}{b \cdot h_1 \cdot e} = \frac{(12600 + 370) \cdot 40}{10 \cdot 45,3 \cdot 1,44} = 795 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto es válido, ya que la tensión admisible en los cordones a tope (ver página 133), es de 910 Kg/cm2.

## Cálculo de rigidizadores

Aqui las cargas son menores que en el primer ejemplo, ya que cada viga tiene una carga de 25200 : 7 = 3600 Kg. Como el alma tiene una-

ón de 1,4 • 10 = 14 cm2, trabajará a la tensión siguiente :

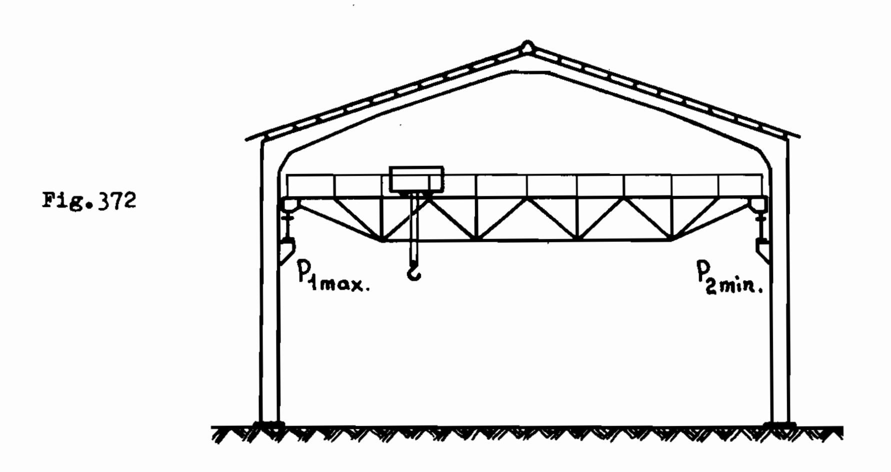
$$T_{trab} = \frac{3600}{14} = 257 \quad Kg/cm^2$$

Lo cual es admisible ampliamente, y por lo tanto no hace falta - gidizador, para las cargas concentradas de las 7 vigas.

# 16 NAVES PORTICO

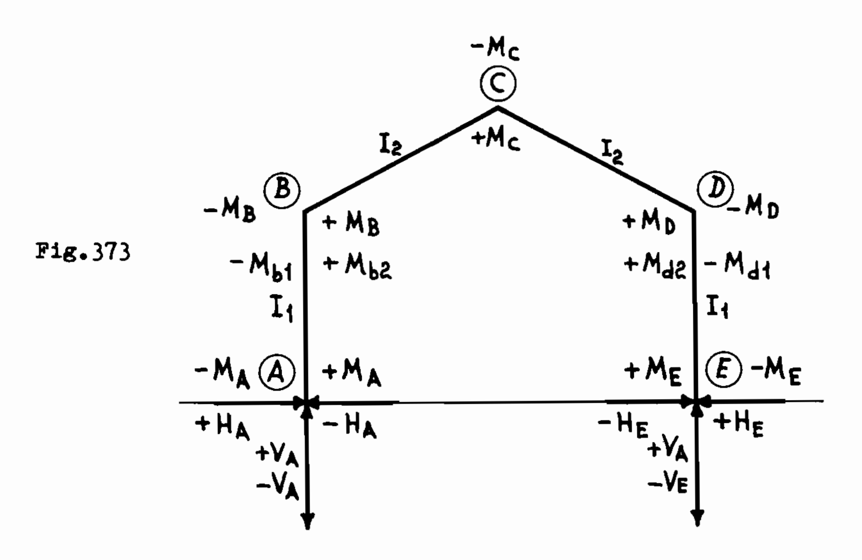
En las naves pórtico, trabajan unidos el soporte y el perfil que hace de cubierta. La "forma" o pórtico, estará constituida por perfiles laminados comerciales, o por perfiles armados hechos con las dimensiones y secciones necesarias (ver figura 372).

Fig.372




En las figuras 373 y 374 se indica la situación de los momentos, con respecto al pórtico, según su signo, y la actuación de las fuerzas de los anclajes para establecer el equilibrio, también estas con su signo correspondiente. Se tendrá en cuenta, que los momentos y esfuerzos horizontales del centro de la figura 374, cuando se trate de la segunda nave, llevarán el signo contrario.

Fig.373



Los pórticos podrán ser articulados en su unión al fundamento, o también empotrados. En el primer caso se tendrá que proyectar una articulación adecuada para permitirle el movimiento, y en el segundo, se le proyectará la base y los anclajes necesarios que den el empotramiento.

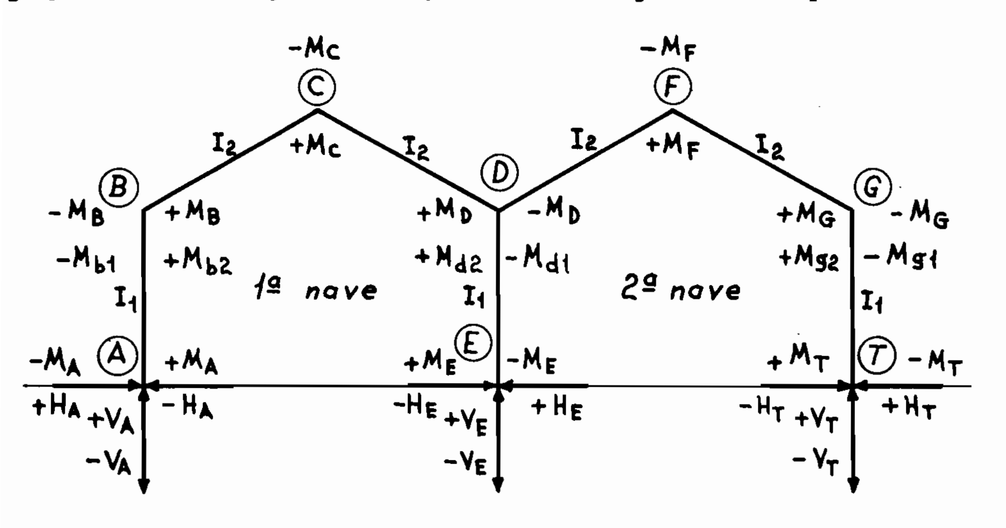



Fig.374

Más adelante se calcularán varios pórticos diferentes, con carga igual, para poder hacer la comparación económica. Dichos cálculos con solo cambiar los datos, servirán para obtener el pórtico de las dimensiones y esfuerzos que se deseen. Los momentos que se originan por el cambio de la temperatura, no se han tenido en cuenta en los ejemplos, debido a que normalmente salen unos valores muy pequeños, respecto al momento máximo de cálculo. De todas formas, se incluyen las fórmulas para cada caso.

Para pórticos con puente grúa (figura 372), las cargas verticales $P_1$ máx y $P_2$ min del puente grúa, se hallarán como se indica seguidamente.

El puente grúa apoya normalmente sobre 4 ruedas (los de carga elevada, sobre 8). Estas ruedas apoyan a su vez sobre la viga carrilera, y ésta sobre el soporte del pórtico. La tabla 44, indica la presión de cada una de las cuatro ruedas, en puentes grúa de celosia, estando la carga a un lado. (Presión aproximada).

Para hallar la fuerza $P_1$ con aproximación, se sumarán las $R_1$ y la $R_2$, y luego se dividiran por dos. De esta forma tendremos dos cargas iguales, y con la tabla de la página 46 obtendremos un valor, que sumado al peso propio de la viga carrilera, nos dará el $P_1$. Para el $P_2$ se procederá de manera semejante, con las fuerzas $R_1'$ y la $R_2'$.

Para las fuerzas horizontales, originadas por el frenado del carro y del puente grúa, se tomarán los valores que se indican en la página 251.

Se deberán calcular las flechas de los soportes y la cubierta, para evitar que el pórtico sea excesivamente poco rígido (ver pág.488).

TABLA 44

| Carga Tm. | Luz m | $R_1$ Tm | $R_2$ Tm | $R'_1$ Tm | $R'_2$ Tm |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 8,5 | 4,0 | 3,0 | 2,0 | 1,5 |
| | 10,5 | 4,5 | 3,5 | 2,0 | 1,5 |
| | 13,5 | 4,5 | 3,5 | 2,5 | 2,0 |
| | 15,5 | 5,0 | 4,0 | 3,0 | 2,0 |
| | 18,5 | 5,5 | 4,5 | 3,0 | 2,5 |
| | 20,5 | 6,0 | 5,0 | 3,5 | 3,0 |
| | 23,5 | 6,5 | 5,0 | 4,0 | 3,5 |
| | 25,5 | 7,0 | 6,0 | 4,5 | 4,0 |
| 8 | 8,5 | 7,0 | 6,0 | 3,0 | 2,0 |
| | 10,5 | 7,5 | 6,5 | 3,0 | 2,0 |
| | 13,5 | 8,0 | 7,0 | 3,5 | 2,5 |
| | 15,5 | 8,5 | 7,5 | 3,5 | 2,5 |
| | 18,5 | 9,0 | 8,0 | 4,0 | 3,0 |
| | 20,5 | 9,5 | 8,0 | 4,5 | 3,5 |
| | 23,5 | 10,0 | 8,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 25,5 | 10,5 | 9,0 | 5,5 | 4,5 |
| | 28,5 | 11,0 | 10,0 | 6,0 | 5,0 |
| 12,5 | 8,5 | 10,0 | 9,0 | 3,5 | 2,5 |
| | 10,5 | 10,5 | 9,5 | 4,0 | 3,0 |
| | 13,5 | 11,0 | 10,0 | 4,0 | 3,0 |
| | 15,5 | 11,5 | 10,5 | 4,5 | 3,5 |
| | 18,5 | 12,0 | 11,0 | 4,5 | 3,5 |
| | 20,5 | 12,5 | 11,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 23,5 | 13,0 | 12,0 | 5,5 | 4,5 |
| | 25,5 | 14,0 | 12,5 | 6,0 | 5,0 |
| | 28,5 | 14,5 | 13,0 | 7,0 | 5,5 |
| 20 | 8,5 | 14,0 | 13,0 | 4,5 | 4,0 |
| | 10,5 | 14,5 | 13,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 13,5 | 15,0 | 14,0 | 5,0 | 4,0 |
| | 15,5 | 16,0 | 14,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 18,5 | 16,5 | 15,0 | 5,5 | 4,5 |
| | 20,5 | 17,0 | 16,0 | 6,0 | 5,0 |
| | 23,5 | 18,0 | 16,5 | 7,0 | 5,5 |
| | 25,5 | 19,0 | 17,0 | 7,5 | 6,0 |
| | 28,5 | 20,0 | 18,0 | 8,5 | 7,0 |
| 50 | 8,5 | 30,5 | 29,0 | 10,0 | 9,5 |
| | 10,5 | 33,0 | 30,5 | 10,5 | 9,5 |
| | 13,5 | 35,0 | 32,0 | 11,0 | 9,5 |
| | 15,5 | 35,0 | 33,0 | 11,0 | 9,5 |
| | 18,5 | 36,5 | 34,0 | 11,5 | 10,0 |
| | 20,5 | 38,0 | 35,0 | 12,0 | 10,0 |
| | 23,5 | 38,0 | 36,0 | 12,5 | 10,0 |
| | 25,5 | 40,0 | 37,5 | 13,0 | 10,5 |
| | 28,5 | 41,5 | 39,5 | 14,0 | 10,5 |

| Carga Tm. | Luz m | $R_1$ Tm | $R_2$ Tm | $R'_1$ Tm | $R'_2$ Tm |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 8,5 | 5,5 | 4,5 | 2,5 | 1,5 |
| | 10,5 | 6,0 | 5,0 | 2,5 | 2,0 |
| | 13,5 | 6,0 | 5,0 | 3,0 | 2,0 |
| | 15,5 | 6,5 | 5,5 | 3,0 | 2,0 |
| | 18,5 | 7,0 | 6,0 | 3,5 | 2,5 |
| | 20,5 | 7,5 | 6,0 | 4,0 | 3,0 |
| | 23,5 | 8,0 | 7,0 | 4,5 | 3,5 |
| | 25,5 | 9,0 | 7,5 | 5,0 | 4,0 |
| 10 | 8,5 | 8,5 | 7,5 | 3,0 | 2,5 |
| | 10,5 | 9,0 | 8,0 | 3,0 | 2,5 |
| | 13,5 | 9,5 | 8,0 | 4,0 | 3,0 |
| | 15,5 | 10,0 | 8,5 | 4,0 | 3,0 |
| | 18,5 | 10,5 | 9,0 | 4,5 | 3,5 |
| | 20,5 | 11,0 | 9,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 23,5 | 11,5 | 10,0 | 5,5 | 4,5 |
| | 25,5 | 12,5 | 10,5 | 6,0 | 5,0 |
| | 28,5 | 13,0 | 11,5 | 6,5 | 5,5 |
| 16 | 8,5 | 12,0 | 11,0 | 4,0 | 3,0 |
| | 10,5 | 12,5 | 11,5 | 4,5 | 3,5 |
| | 13,5 | 13,0 | 12,0 | 4,5 | 3,5 |
| | 15,5 | 13,5 | 12,5 | 5,0 | 4,0 |
| | 18,5 | 14,0 | 13,0 | 5,5 | 4,0 |
| | 20,5 | 15,0 | 14,0 | 6,0 | 4,5 |
| | 23,5 | 15,5 | 14,5 | 6,5 | 5,0 |
| | 25,5 | 16,0 | 15,5 | 7,0 | 5,5 |
| | 28,5 | 17,0 | 16,0 | 7,5 | 6,0 |
| 32 | 8,5 | 21,5 | 20,0 | 7,0 | 5,5 |
| | 10,5 | 22,5 | 20,5 | 7,0 | 5,5 |
| | 13,5 | 23,5 | 21,5 | 7,5 | 5,5 |
| | 15,5 | 24,5 | 23,0 | 7,5 | 6,0 |
| | 18,5 | 25,5 | 23,0 | 8,0 | 6,0 |
| | 20,5 | 26,5 | 24,0 | 8,5 | 6,5 |
| | 23,5 | 27,5 | 25,0 | 9,0 | 7,0 |
| | 25,5 | 28,5 | 26,0 | 10,5 | 7,5 |
| | 28,5 | 30,0 | 27,0 | 11,5 | 8,5 |
| 80 | 8,5 | 45,0 | 43,0 | 15,0 | 13,0 |
| | 10,5 | 47,0 | 45,0 | 15,0 | 13,0 |
| | 13,5 | 50,0 | 47,5 | 15,0 | 13,0 |
| | 15,5 | 51,5 | 49,0 | 15,0 | 13,0 |
| | 18,5 | 53,5 | 50,5 | 15,0 | 13,0 |
| | 20,5 | 55,0 | 52,5 | 15,5 | 13,5 |
| | 23,5 | 56,0 | 54,0 | 16,0 | 13,5 |
| | 25,5 | 58,5 | 55,5 | 16,5 | 13,5 |
| | 28,5 | 60,0 | 57,0 | 17,5 | 14,5 |

La carga sobre la cubierta del pórtico se considerará normalmente, como carga uniformemente repartida, cuando el número de correas sea superior a 4 (ver página 36).

El conjunto de la nave se hará con las normas dadas en el Tomo I. Es decir, los cierres de la nave con su viga de contraviento y arrios-

tramiento que transmita el esfuerzo a los fundamentos (ver página 203), el cálculo y dilatación de las correas con su interrupción a cada 40 metros aproximadamente (ver página 177), el cálculo de los anclajes de los soportes (ver página 96), y también el de los fundamentos (ver página 99).

En el caso que nos ocupa de naves pórtico, no se puede emplear la jacena de contraviento que se indica en la página 203, porque no hay tirante. Por lo tanto, se proyectará una jacena de contraviento, colocando sobre las correas de la cubierta unas pletinas que harán de diagonales, las correas que les corresponda harán de montantes, el perfil de la cubierta de la primera forma hará de par, y el de la segunda de tirante.

Se han puesto unos ejemplos de pórticos de dos naves unidas. Cuando éstas sean tres, cuatro o más, se harán de manera semejante teniendo en cuenta, los momentos y esfuerzos que se originan por el viento, la techumbre y el puente grúa.

Para dar sencillez a los 8 ejemplos base, puestos para indicar las fórmulas, se ha tomado el momento de inercia del perfil de la cubierta, igual al de los soportes (ver constante k). En muchos de los casos (principalmente cuando hay puente grúa), se podrá aumentar el momento resistente de los soportes, reforzando luego convenientemente el perfil menor de la cubierta, en la unión con el soporte, y disminuyendo al hacer el cálculo la constante k (ver ejemplo "i").

Como se verá más adelante, se deberán elegir preferentemente los pórticos empotrados, ya que de esta manera se consigue unos momentos menores, y por lo tanto una reducción en la sección de la "forma". También cuando se trata de pórticos con puente grúa, hay dificultades en los de tipo articulado, debido al frenado de la grúa en el sentido longitudinal a la nave, por lo que hay que proyectar unas articulaciones que resistan también el vuelco en este sentido, y por lo tanto es complicado.

Los 20 Kg por metro cuadrado, que se ponen para tener en cuenta el peso propio del pórtico en la cubierta, es una cantidad aproximada que habrá que modificarla en el proyecto definitivo, ateniendose al peso real.

Para calcular las secciones del soporte del pórtico, se ha tomado el momento máximo y el esfuerzo de compresión máximo, de los diferentes casos de carga, obteniendose de esta forma una mayor seguridad.

El momento del soporte del pórtico, se ha tomado aqui el máximo del de la unión de la cubierta, o el de la ménsula de apoyo de la viga carrilera del puente grúa, si es mayor.

Como el perfil de la cubierta, de los ocho primeros pórticos no trabaja al máximo, se admite una tensión de 1400 Kg/cm2. En los ejemplos "i" y "j", en que trabaja más ajustado, la tensión admisible será de 1200 Kg/cm2, para absorver los esfuerzos de compresión, y la dilatación térmica.

Al ponerle a los ejemplos ultimamente citados un tirante, se deberá mantener la relación establecida de los momentos de inercia ( coeficiente "k" ). En algunos ejemplos, la carga del tirante " Z " resulta negativa, en el caso del viento sobre la cubierta. Esto solo es admisible, cuando la compresión que salga sea menor que la tracción por la carga permanente.

## a) PORTICO ARTICULADO DE NAVE SIN PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 375-376.

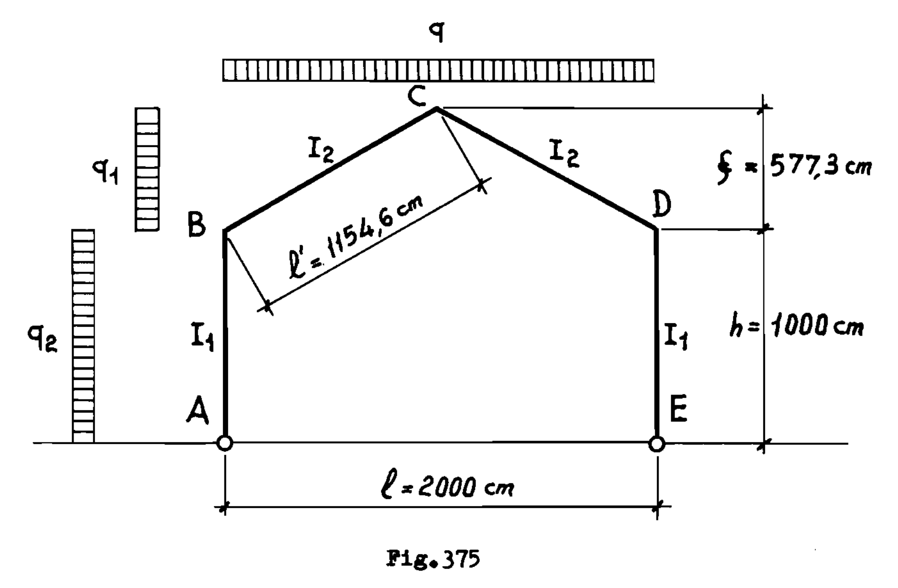



Fig.375

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 376, con una escala menor que las figuras que siguen).

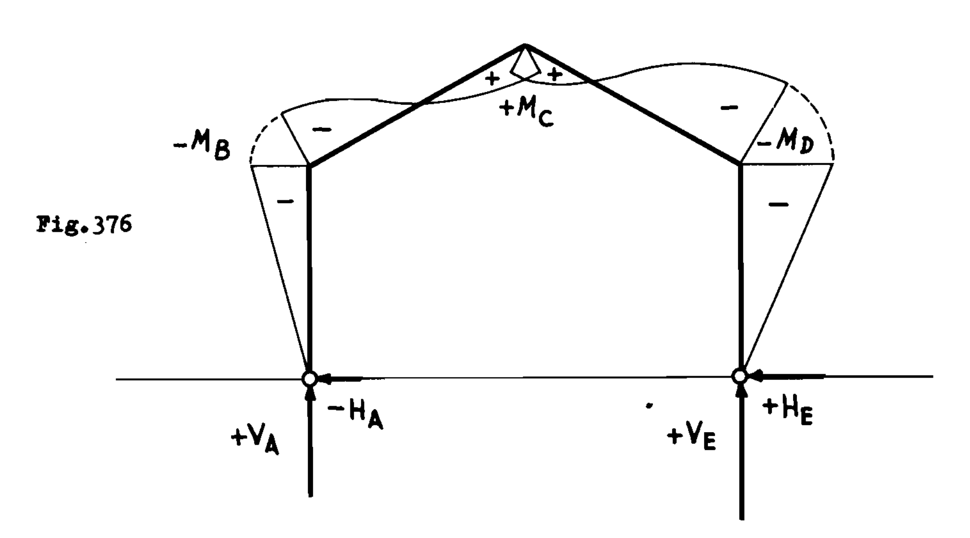



Fig.376

## C a r g a s

$$q = \frac{11{,}546 \cdot 2 \cdot (93+20) \cdot 6{,}5}{20} = 848 \text{ Kg ml} \approx 8{,}5 \text{ Kg cml}$$

$$q_1 = 125 \cdot 6{,}5 \cdot \text{sen}^2\, 30° = 203{,}1 \text{ Kg ml} \approx 2{,}05 \text{ Kg cml}$$ (ver página 203 )

$$q_2 = 0{,}8 \cdot 80 \cdot 6{,}5 = 416 \text{ Kg ml} = 4{,}16 \text{ Kg cml}$$ (ver página 223)

## C o n s t a n t e s

$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l'} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1000}{1154} = 0{,}86 \quad ; \quad n = \frac{f}{h} = \frac{577}{1000} = 0{,}57 \quad ;$$

Cuando se quiera que el momento de inercia del soporte $I_1$, sea superior al de la cubierta $I_2$, se tendrá que reducir la constante "k" convenientemente, según el caso.

$$m = 1+n = 1+0{,}57 = 1{,}57 \quad ; \quad C = 1+2 \cdot m = 1+2 \cdot 1{,}57 = 4{,}14$$

$$B = 2 \cdot (k+1)+m = 2 \cdot (0{,}86+1)+1{,}57 = 5{,}29$$

$$N = B+m \cdot C = 5{,}29+1{,}57 \cdot 4{,}14 = 11{,}78$$

### 1ª Carga sobre la cubierta
(ver figura 377)

$$M_B = M_D = -\frac{q \cdot l^2 \cdot (3+5 \cdot m)}{16 \cdot N} = -\frac{8{,}5 \cdot 2000^2 \cdot (3+5 \cdot 1{,}57)}{16 \cdot 11{,}78} = -1957236 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{8} + m \cdot M_B = \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8} - 1{,}57 \cdot 1957236 = +1177140 \text{ Kg cm}$$

$$x = \frac{l}{4} + \frac{M_C - M_B}{q \cdot l/2} = \frac{2000}{4} + \frac{1177140+1957236}{8{,}5 \cdot 1000} = 868{,}7 \text{ cm} \approx 869 \text{ cm}$$

$$x_1 = 1000 - 869 = 131 \text{ cm}$$

$$M_x' = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M_B}{1/2} + \frac{x \cdot M_C}{1/2} = \frac{8,5 \cdot 869 \cdot 131}{2} - \frac{131 \cdot 1957236}{1000} +$$

$$+ \frac{869 \cdot 1177140}{1000} = + 1250362$$ Kg cm, luego es mayor que $M_C$ y se deberá tener en cuenta para el cálculo.

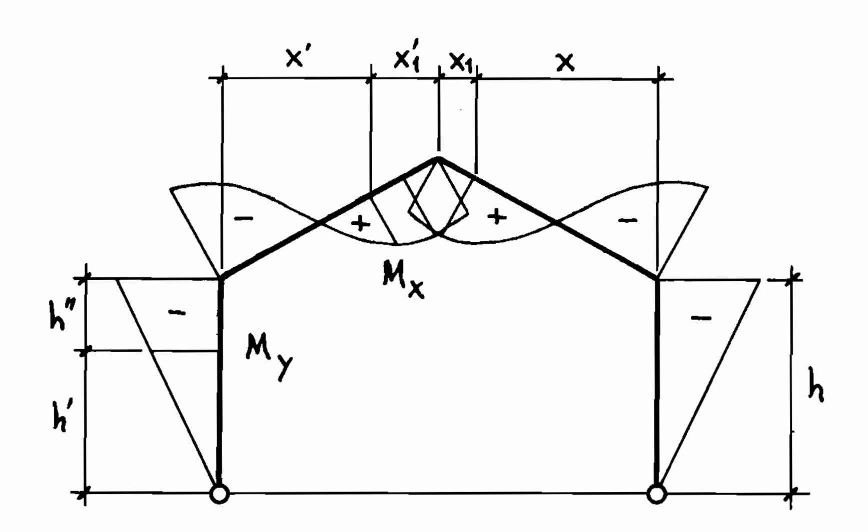



Fig.377

La figura 377 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x' \cdot x_1'}{2} + \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_y = \frac{h'}{h} \cdot M_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.378

$$O_1 = \frac{q_1 \cdot f^2 \cdot (C+m)}{8 \cdot N} = \frac{2,05 \cdot 577^2 \cdot (4,14 + 1,57)}{8 \cdot 11,78} = 41352$$

$$M_B = O_1 + \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 41352 + \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = + 632777 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_1 - \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 41352 - \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = - 550073 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = - \frac{q_1 \cdot f^2}{4} + m \cdot O_1 = - \frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4} + 1{,}57 \cdot 41352 = - 105704 \text{ Kg cm}$$

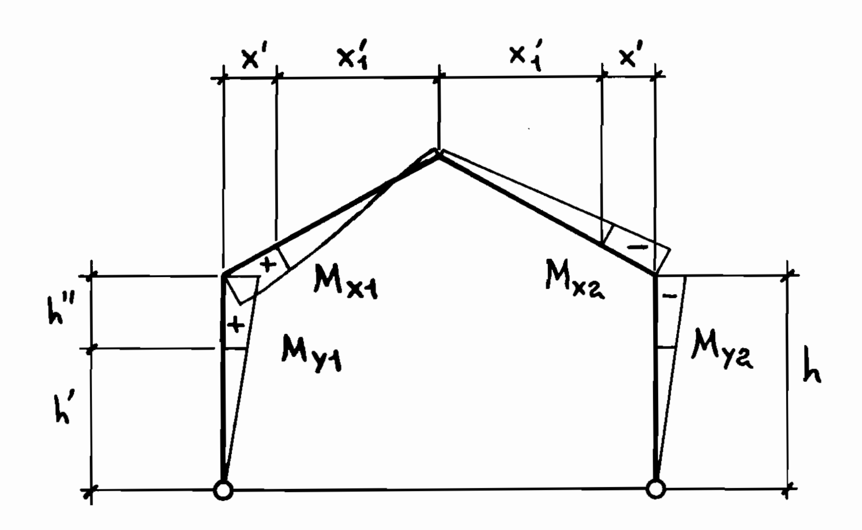



Fig.378

La figura 378 indica los momentos máximos, siendo la curva de -[illegible]nión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{h'}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_D$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x'_1}{(l/2)^2} + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.379

$$M_B = \frac{q_2 \cdot h^2}{2} + M_D = \frac{4,16 \cdot 1000^2}{2} - 872040 = + 1207960 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = - \frac{q_2 \cdot h^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (B+C)+k}{N} = - \frac{4,16 \cdot 1000^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (5,29+4,14)+0,86}{11,78} =$$

$$= - 872040 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q_2 \cdot h^2}{4} + m \cdot M_D = \frac{4,16 \cdot 1000^2}{4} - 1,57 \cdot 872040 = - 329102 \text{ Kg cm}$$

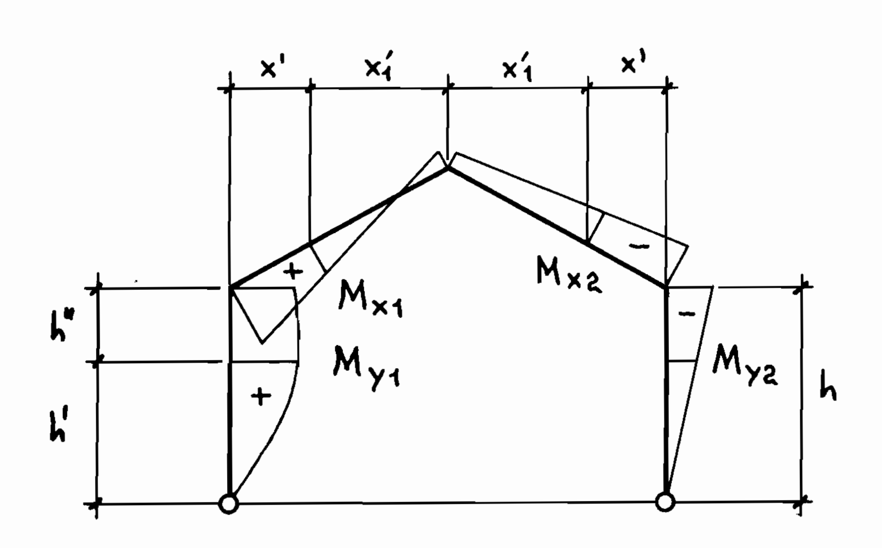



Fig.379

La figura 379 indica los momentos máximos, siendo la curva de - unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{q_2 \cdot h' \cdot h''}{2} + \frac{h'}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D$$

$$M_{x1} = \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_D$$

## 4º Dilatación térmica

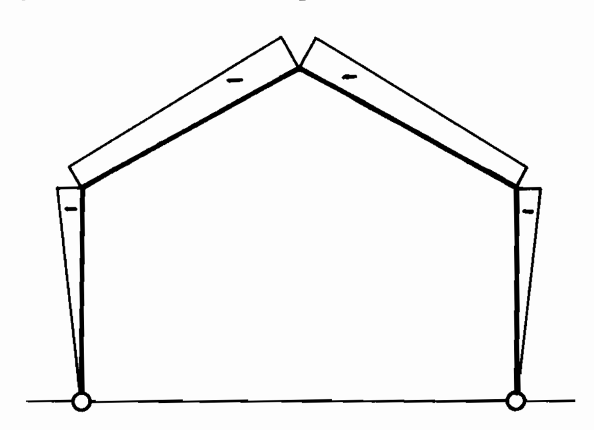
Fig. 380

$$M_B = M_D = -\frac{3 \cdot 2100000 \cdot I_2 \cdot 0,000012 \cdot t \cdot l}{l' \cdot h \cdot N}$$

$M_C = m \cdot M_B$ ; $H_A = H_E = \frac{-M_B}{h}$ ; t = Variación de la temperatura en grados

NOTA : Estas fórmulas son para un aumento uniforme de la temperatura, - para una disminución de la misma, todas las fuerzas cambian de - sentido y los momentos de signo.

Fig. 380




Como queda dicho anteriormente, los momentos que salen por la dilatación térmica, no intervienen normalmente en el cálculo. En la figura 380, esta representado el momento del pórtico multiplicado por 20, con una variación de + 25 grados centigrados, por encima de la temperatura de montaje.

## Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H_A = H_E = \frac{-M_B}{h} = \frac{1957236}{1000} = +1957 \text{ Kg}$$

$$V_A = V_E = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{8,5 \cdot 2000}{2} = +8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2ª (viento sobre la cubierta)

$$H_A = -\frac{O_1}{h} - \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{41352}{1000} - \frac{2{,}05 \cdot 577}{2} = -632\ Kg$$

$$H_E = -\frac{O_1}{h} + \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{41352}{1000} + \frac{2{,}05 \cdot 577}{2} = +550\ Kg$$

$$V_A = -\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = -\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1{,}57)}{2 \cdot 2000} = -759\ Kg$$

$$V_E = +\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = +\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1{,}57)}{2 \cdot 2000} = +759\ Kg$$

Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H_A = -(q_2 \cdot h - H_E) = -4{,}16 \cdot 1000 + 872 = -3288\ Kg$$

$$H_E = \frac{-M_D}{h} = \frac{872040}{1000} = +872\ Kg$$

$$V_A = -\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = -\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = -1040\ Kg$$

$$V_E = +\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = +\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = +1040\ Kg$$

Resumen

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| Caso | $M_B$ | $M_C$ | $M_D$ |
|---|---|---|---|
| 1º | - 1957236 | + 1250362 | - 1957236 |
| 2º | + 632777 | - 105704 | - 550073 |
| 3º | + 1207960 | - 329102 | - 872040 |
| Suma algebraica | - 116499 | + 815556 | - 3379349 |
| Para cálculo | - 1957236 | + 1250362 | - 3379349 |

| Caso | $H_A$ | $H_E$ | $V_A$ | $V_E$ |
|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1957 | + 1957 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 632 | + 550 | - 759 | + 759 |
| 3º | - 3288 | + 872 | - 1040 | + 1040 |
| Suma algebraica | - 1963 | + 3379 | + 6701 | + 10299 |
| Para cálculo | - 1963 | + 3379 | + 8500 | + 10299 |

## C a r g a s

$$q = \frac{11{,}546 \cdot 2 \cdot (93+20) \cdot 6{,}5}{20} = 848 \text{ Kg ml} \approx 8{,}5 \text{ Kg cml}$$

$$q_1 = 125 \cdot 6{,}5 \cdot \text{sen}^2\ 30° = 203{,}1 \text{ Kg ml} \approx 2{,}05 \text{ Kg cml}$$ (ver página 203 )

$$q_2 = 0{,}8 \cdot 80 \cdot 6{,}5 = 416 \text{ Kg ml} = 4{,}16 \text{ Kg cml}$$ (ver página 223)

## C o n s t a n t e s

$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l'} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1000}{1154} = 0{,}86 \quad ; \quad n = \frac{f}{h} = \frac{577}{1000} = 0{,}57$$

Cuando se quiera que el momento de inercia del soporte $I_1$, sea - superior al de la cubierta $I_2$, se tendrá que reducir la constante "k"- convenientemente, segun el cáso.

$$m = 1+n = 1+0{,}57 = 1{,}57 \quad ; \quad C = 1+2 \cdot m = 1+2 \cdot 1{,}57 = 4{,}14$$

$$B = 3 \cdot k+2 = 3 \cdot 0{,}86+2 = 4{,}58$$

$$K_1 = 2 \cdot (k+1+m+m^2) = 2 \cdot (0{,}86+1+1{,}57+1{,}57^2) = 11{,}78$$

$$K_2 = 2 \cdot (k+n^2) = 2 \cdot (0{,}86+0{,}57^2) = 2{,}36$$

$$R = n \cdot C - k = 0{,}57 \cdot 4{,}14 - 0{,}86 = 1{,}5$$

$$N_1 = K_1 \cdot K_2 - R^2 = 11{,}78 \cdot 2{,}36 - 1{,}5^2 = 25{,}55$$

$$N_2 = 3 \cdot k+B = 3 \cdot 0{,}86+4{,}58 = 7{,}16$$

## 1º Carga sobre la cubierta

Fig.384

$$M_A = M_E = \frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{k \cdot (8+15 \cdot n)+n \cdot (6-n)}{N_1} =$$

$$= \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{16} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (8+15 \cdot 0{,}57)+0{,}57 \cdot (6-0{,}57)}{25{,}55} = +\ 1440750 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = M_D = -\frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{k \cdot (16 + 15 \cdot n) + n^2}{N_1} =$$

$$= -\frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{16} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (16 + 15 \cdot 0{,}57) + 0{,}57^2}{25{,}55} = -\ 1782875 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{8} - n \cdot M_A + m \cdot M_B =$$

$$= \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8} - 0{,}57 \cdot 1440750 - 1{,}57 \cdot 1782875 = +\ 629659 \text{ Kg cm}$$

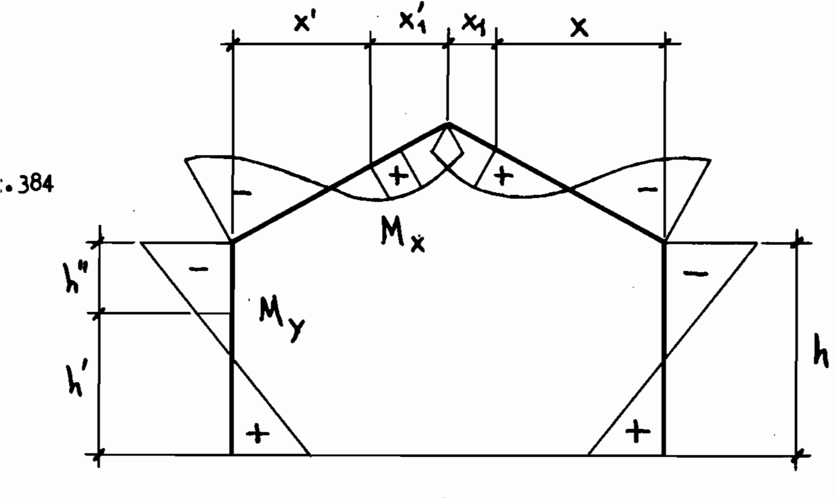
$$x = \frac{l}{4} + \frac{M_C - M_B}{q \cdot l/2} = \frac{2000}{4} + \frac{629659 + 1782875}{8{,}5 \cdot 1000} = 784 \text{ cm}$$

$$x_1 = 1000 - 784 = 216 \text{ cm}$$

$$M'_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1}{l/2} \cdot M_B + \frac{x}{l/2} \cdot M_C =$$

$$\frac{8{,}5 \cdot 784 \cdot 216}{2} - \frac{216}{1000} \cdot 1782875 + \frac{784}{1000} \cdot 629659 = +\ 828263 \text{ Kg cm, luego -}$$

superior a $M_C$ y se deberá tener en cuenta para el cálculo.



La figura 384 indica los momentos máximos, siendo la curva de - unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x' \cdot x_1'}{2} + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_y = \frac{h''}{h} \cdot M_A + \frac{h'}{h} \cdot M_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.385

$$O_1 = \frac{q_1 \cdot f^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (9 \cdot n + 4) + n \cdot (6 + n)}{N_1} =$$

$$= \frac{2,05 \cdot 577^2}{8} \cdot \frac{0,86 \cdot (9 \cdot 0,57 + 4) + 0,57 \cdot (6 + 0,57)}{25,55} = 38646$$

$$O_2 = \frac{q_1 \cdot f^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (8 + 9 \cdot n) - n^2}{N_1} =$$

$$= \frac{2,05 \cdot 577^2}{8} \cdot \frac{0,86 \cdot (8 + 9 \cdot 0,57) - 0,57^2}{25,55} = 36599$$

$$O_3 = \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{8} \cdot \frac{4 \cdot B + n}{N_2} = \frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000}{8} \cdot \frac{4 \cdot 4,58 + 0,57}{7,16} = 388861$$

$$M_A = - O_1 - O_3 = - 38646 - 388861 = - 427507 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = - O_1 + O_3 = - 38646 + 388861 = + 350215 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = O_2 + \left(\frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} - O_3\right) = 36599 + \left(\frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} - 388861\right) =$$

$$= + 239163 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_2 - \left(\frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} - O_3\right) = 36599 - \left(\frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} - 388861\right) =$$

$$= - 165965 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = - \frac{q_1 \cdot f^2}{4} + n \cdot O_1 + m \cdot O_2 =$$

$$= - \frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4} + 0{,}57 \cdot 38646 + 1{,}57 \cdot 36599 = - \quad 91137 \text{ Kg cm}$$

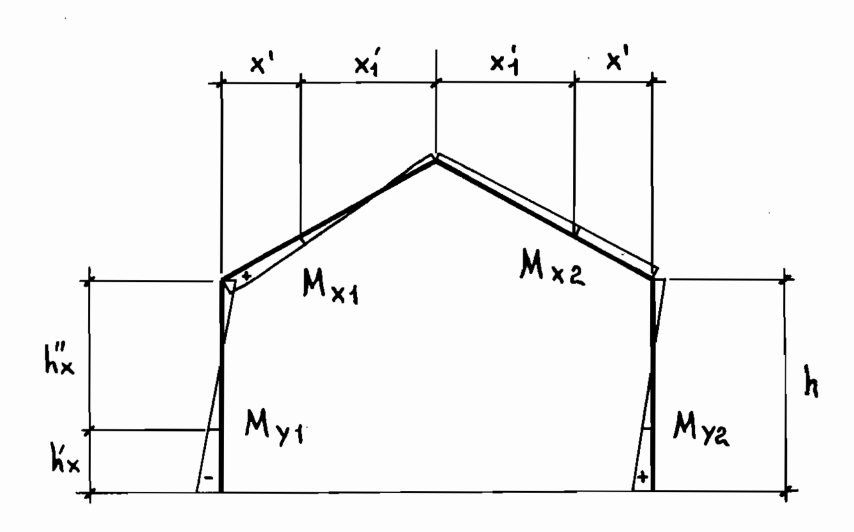



Fig.385

La figura 385 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{h_x'}{h} \cdot M_B + \frac{h_x''}{h} \cdot M_A \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h_x'}{h} \cdot M_D + \frac{h_x''}{h} \cdot M_E$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x_1'}{(l/2)^2} + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_D$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.386

$$O_1 = \frac{q_2 \cdot h^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (k+6) + k \cdot n \cdot (15 + 16 \cdot n) + 6 \cdot n^2}{N_1} =$$

$$= \frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{8} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (0{,}86+6) + 0{,}86 \cdot 0{,}57 \cdot (15 + 16 \cdot 0{,}57) + 6 \cdot 0{,}57^2}{25{,}55} =$$

$$= 400348$$

$$O_2 = \frac{q_2 \cdot h^2 \cdot k \cdot (9 \cdot n + 8 \cdot n^2 - k)}{8 \cdot N_1} =$$

$$= \frac{4{,}16 \cdot 1000^2 \cdot 0{,}86 \cdot (9 \cdot 0{,}57 + 8 \cdot 0{,}57^2 - 0{,}86)}{8 \cdot 25{,}55} = 120231$$

$$O_3 = \frac{q_2 \cdot h^2 \cdot (2 \cdot k + 1)}{2 \cdot N_2} = \frac{4{,}16 \cdot 1000^2 \cdot (2 \cdot 0{,}86 + 1)}{2 \cdot 7{,}16} = 790167$$

$$M_A = - O_1 - O_3 = - 400348 - 790167 = - 1190515 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = - O_1 + O_3 = - 400348 + 790167 = + 389819 \text{ Kg cm}$$

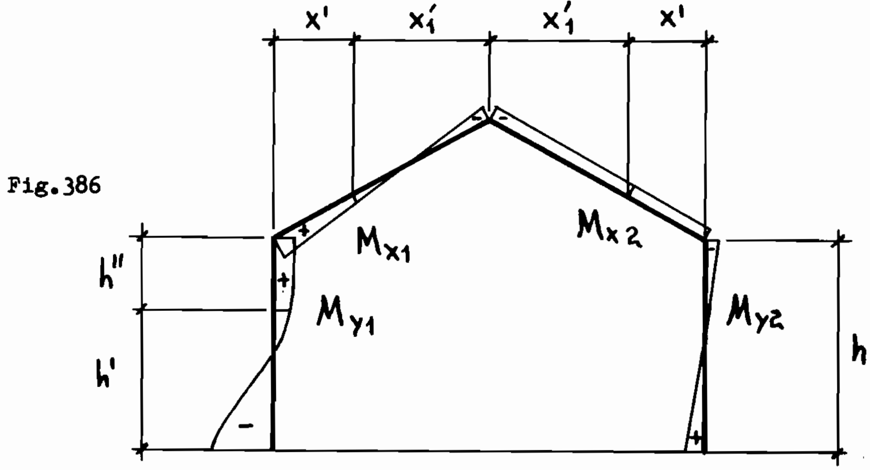
$$M_B = O_2 + \left(\frac{q_2 \cdot h^2}{4} - O_3\right) = 120231 + \left(\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{4} - 790167\right) = + 370064 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_2 - \left(\frac{q_2 \cdot h^2}{4} - O_3\right) = 120231 - \left(\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{4} - 790167\right) = - 129602 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = - \frac{q_2 \cdot h \cdot f}{4} + n \cdot O_1 + m \cdot O_2 =$$

$$= - \frac{4{,}16 \cdot 1000 \cdot 577}{4} + 0{,}57 \cdot 400348 + 1{,}57 \cdot 120231 = - 183119 \text{ Kg cm}$$

Fig.386



La figura 386 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{q_2 \cdot h' \cdot h''}{2} + \frac{h''}{h} \cdot M_A + \frac{h'}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D + \frac{h''}{h} \cdot M_E$$

$$M_{x1} = \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_D$$

## 4º Dilatación térmica

Fig.387

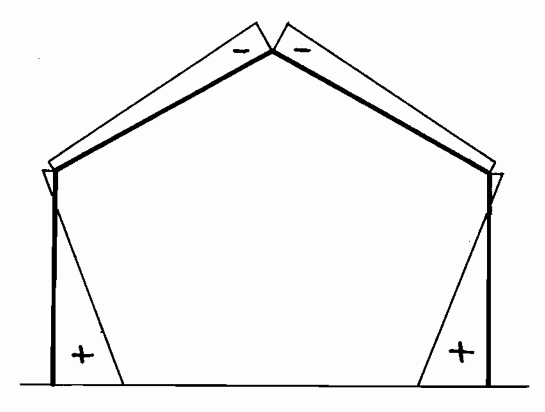
$$O_1 = \frac{9 \cdot 2100000 \cdot I_2 \cdot 0{,}000012 \cdot t \cdot l}{l' \cdot h \cdot N_1} \quad ; \quad M_A = M_E = O_1 \cdot (k+2+n)$$

$$M_B = M_D = -\,O_1 \cdot (k-n) \quad ; \quad M_C = -\,n \cdot M_A + m \cdot M_B$$

$$H_A = H_E = \frac{M_A - M_B}{h} \quad ; \quad t = \text{Variación de la temperatura en grados}$$

NOTA : Estas fórmulas son para un aumento uniforme de la temperatura, para una disminución de la misma, todas las fuerzas cambian de sentido y los momentos de signo.

Fig.387




Como queda dicho anteriormente, los momentos que salen por la dilatación térmica, no intervienen normalmente en el cálculo. En la figura 387, esta representado el momento del pórtico multiplicado por 20, con una variación de + 25 grados centigrados, por encima de la temperatura de montaje.

**Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)**

$$H_A = H_E = \frac{M_A - M_B}{h} = \frac{1440750 + 1782875}{1000} = +3223 \text{ Kg}$$

$$V_A = V_E = \frac{q \cdot 1}{2} = \frac{8,5 \cdot 2000}{2} = +8500 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)**

$$H_A = -(q_1 \cdot f - H_E) = -2,05 \cdot 577 + 516 = -666 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{q_1 \cdot f}{2} - \frac{0_1 + 0_2}{h} = +\frac{2,05 \cdot 577}{2} - \frac{38646 + 36599}{1000} = +516 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (2+n)}{2 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 0_3}{1} =$$

$$= -\frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (2+0,57)}{2 \cdot 2000} + \frac{2 \cdot 388861}{2000} = -371 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (2+n)}{2 \cdot 1} - \frac{2 \cdot 0_3}{1} = +371 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)**

$$H_A = -(q_2 \cdot h - H_E) = -4,16 \cdot 1000 + 519 = -3641 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{q_2 \cdot h}{4} - \frac{0_1 + 0_2}{h} = +\frac{4,16 \cdot 1000}{4} - \frac{400348 + 120231}{1000} = +519 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 0_3}{1} = -\frac{4,16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} + \frac{2 \cdot 790167}{2000} = -249 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot 1} - \frac{2 \cdot 0_3}{1} = +249 \text{ Kg}$$

## R e s u m e n

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de- las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, - con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado- que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se - producirán estos en el otro lado.

| C a s o | $M_A$ | $M_B$ | $M_C$ | $M_D$ | $M_E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1440750 | - 1782875 | + 828263 | - 1782875 | + 1440750 |
| 2º | - 427507 | + 239163 | - 91137 | - 165965 | + 350215 |
| 3º | - 1190515 | + 370064 | - 183119 | - 129602 | + 389819 |
| Suma algebraica | - 177272 | - 1173648 | + 554007 | - 2078442 | + 2180784 |
| Para cálculo | + 1440750 | - 1782875 | + 828263 | - 2078442 | + 2180784 |

| C a s o | $H_A$ | $H_E$ | $V_A$ | $V_E$ |
|---|---|---|---|---|
| 1º | + 3223 | + 3223 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 666 | + 516 | - 371 | + 371 |
| 3º | - 3641 | + 519 | - 249 | + 249 |
| Suma algebraica | - 1084 | + 4258 | + 7880 | + 9120 |
| Para cálculo | + 3223 | + 4258 | + 8500 | + 9120 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no sólo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resistir un momento de $M_E = 2180784$ Kg cm,y una compresión de $V_E = 9120$ Kg.

Para mayor facilidad de cálculo y como se ha hecho en el ejemplo anterior, se pondrá una viga armada con la altura del alma como la figura 381, para poder apreciar la economía en peso. Como tensión de trabajo admitiremos 1400 Kg/cm2. Con los datos dados anteriormente calcularemos el perfil del pórtico, como a continuación se expone (Fig.388 = perfil del pórtico) :

$$I_x = 2\cdot\left(\frac{25\cdot 1{,}5^3}{12} + 1{,}5\cdot 25\cdot 23{,}25^2\right) + \frac{1{,}5\cdot 45^3}{12} = 52008 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{52008}{24} = 2167 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2\cdot\frac{1{,}5\cdot 25^3}{12} + \frac{45\cdot 1{,}5^3}{12} = 3918 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{3918}{12{,}5} = 313 \text{ cm}^3$$

Fig.388

$$\text{Sección} = 1{,}5\cdot 50 + 1{,}5\cdot 45 = 142{,}5 \text{ cm}^2 \;;\; i_y = \sqrt{\frac{3918}{142{,}5}} = 5{,}24$$

### C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{5{,}24} = 190 \;;\; \omega = 6{,}1 \text{ (ver pag.226)} \;;\; T_c = \frac{9120\cdot 6{,}1}{142{,}5} = 390 \text{ Kg/cm}^2$$

### F l e x i ó n

$$T_f = \frac{2180784}{2167} = 1006 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 390 + 1006 = 1396 \text{ Kg/cm}^2$$

## c) PORTICO ARTICULADO DE NAVE CON PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 389 y 390. $P_1$ = 14000 Kg, $P_2$ = 7000 Kg. $P_9$ = 1300 Kg de frenado del puente grúa. - $P_{10}$ = 1050 Kg de frenado del puente grúa en el sentido longitudinal a la nave.

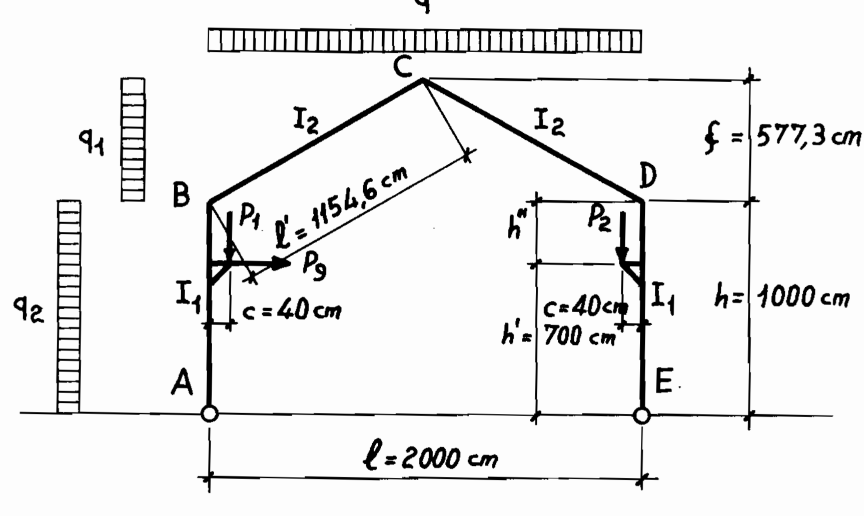



Fig.389

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 390, con una escala menor que las figuras que siguen).

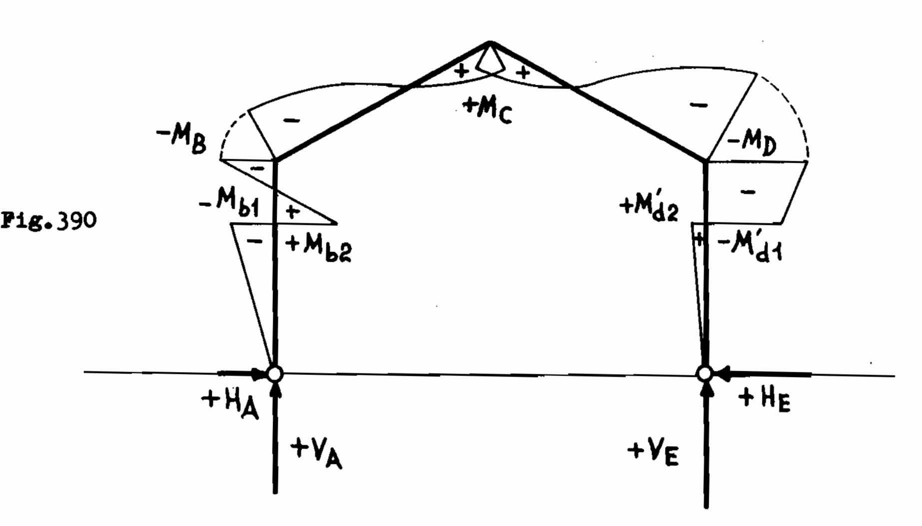



Fig.390

## Cargas

$$q = \frac{11{,}546 \cdot 2 \cdot (93+20) \cdot 6{,}5}{20} = 848 \text{ Kg ml} \approx 8{,}5 \text{ Kg cml}$$

$$q_1 = 125 \cdot 6{,}5 \cdot \text{sen}^2 30° = 203{,}1 \text{ Kg ml} \approx 2{,}05 \text{ Kg cml}$$ (ver página 203 )

$$q_2 = 0{,}8 \cdot 80 \cdot 6{,}5 = 416 \text{ Kg ml} = 4{,}16 \text{ Kg cml}$$ (ver página 223)

## Constantes

$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l'} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1000}{1154} = 0{,}86 \quad ; \quad n = \frac{f}{h} = \frac{577}{1000} = 0{,}57$$

Cuando se quiera que el momento de inercia del soporte $I_1$, sea superior al de la cubierta $I_2$, se tendrá que reducir la constante "k" convenientemente, segun el caso.

$$m = 1+n = 1+0{,}57 = 1{,}57 \quad ; \quad C = 1+2 \cdot m = 1+2 \cdot 1{,}57 = 4{,}14$$

$$B = 2 \cdot (k+1)+m = 2 \cdot (0{,}86+1)+1{,}57 = 5{,}29$$

$$N = B+m \cdot C = 5{,}29+1{,}57 \cdot 4{,}14 = 11{,}78 \quad ; \quad \alpha = \frac{h'}{h} = \frac{700}{1000} = 0{,}7$$

### 1º Carga sobre la cubierta

Fig.391

$$M_B = M_D = -\frac{q \cdot l^2 \cdot (3+5 \cdot m)}{16 \cdot N} = -\frac{8{,}5 \cdot 2000^2 \cdot (3+5 \cdot 1{,}57)}{16 \cdot 11{,}78} = -1957236 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{8} + m \cdot M_B = \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8} - 1{,}57 \cdot 1957236 = +1177140 \text{ Kg cm}$$

$$x = \frac{l}{4} + \frac{M_C - M_B}{q \cdot l/2} = \frac{2000}{4} + \frac{1177140+1957236}{8{,}5 \cdot 1000} = 868{,}7 \text{ cm} \approx 869 \text{ cm}$$

$$x_1 = 1000 - 869 = 131 \text{ cm}$$

$$M_x' = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M_B}{1/2} \; \frac{x \cdot M_C}{1/2} = \frac{8,5 \cdot 869 \cdot 131}{2} - \frac{131 \cdot 1957236}{1000} +$$

$$+ \frac{869 \cdot 1177140}{1000} = + 1250362 \text{ Kg cm},$$ luego es mayor que $M_C$ y se deberá tener en cuenta para el cálculo.

$$M_{b1} = M_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M_B = - \frac{700}{1000} \cdot 1957236 = - 1370065 \quad \text{Kg cm}$$

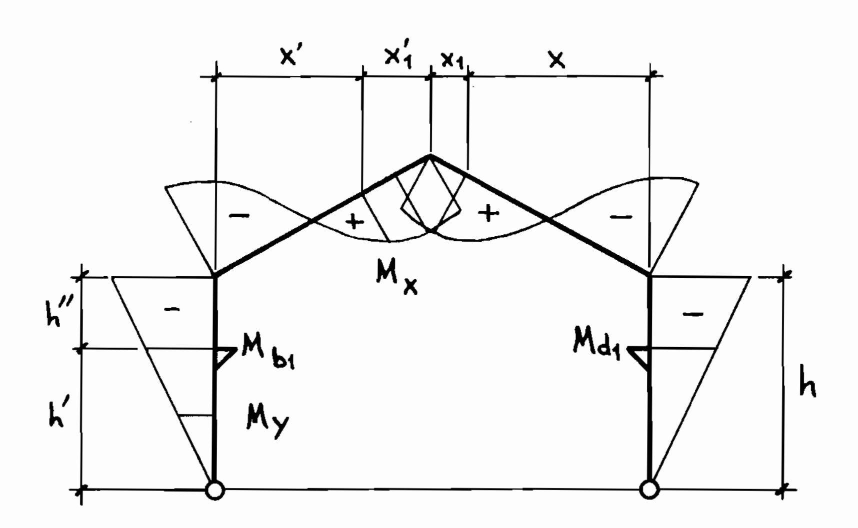



Fig.391

La figura 391 indica los momentos máximos, siendo la curva de - unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x' \cdot x_1'}{2} + \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_y = \frac{h_x'}{h} \cdot M_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.392

$$O_1 = \frac{q_1 \cdot f^2 \cdot (C+m)}{8 \cdot N} = \frac{2,05 \cdot 577^2 \cdot (4,14 + 1,57)}{8 \cdot 11,78} = 41352$$

$$M_B = O_1 + \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 41352 + \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = +\ 632777 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_1 - \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 41352 - \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = -\ 550073 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\frac{q_1 \cdot f^2}{4} + m \cdot O_1 = -\frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4} + 1{,}57 \cdot 41352 = -\ 105704 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = \frac{h'}{h} \cdot M_B = \frac{700}{1000} \cdot 632777 = +\ 442943 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M_D = -\frac{700}{1000} \cdot 550073 = -\ 385051 \text{ Kg cm}$$

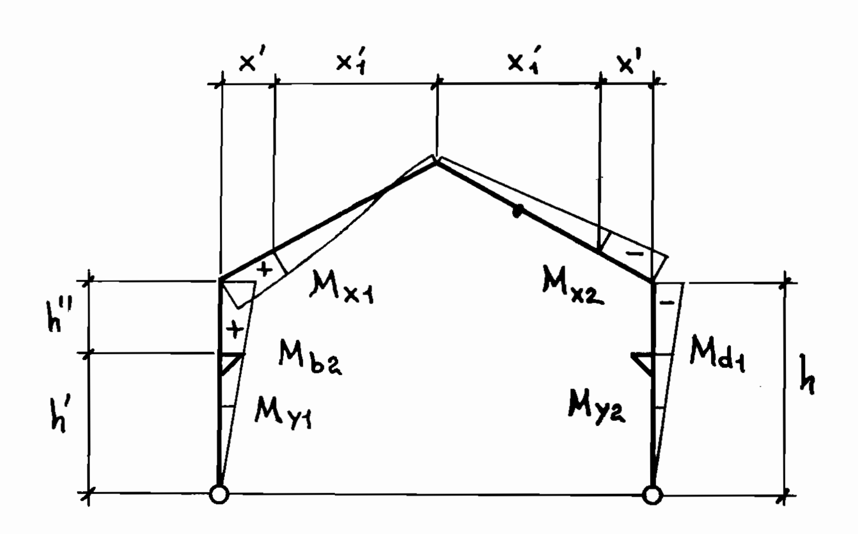



Fig.392

La figura 392 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{h'_x}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x'_1}{(1/2)^2} + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C$$

$$M_{y2} = \frac{h'_x}{h} \cdot M_D \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_D$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.393

$$M_B = \frac{q_2 \cdot h^2}{2} + M_D = \frac{4,16 \cdot 1000^2}{2} - 872040 = + 1207960 \quad \text{Kg cm}$$

$$M_D = - \frac{q_2 \cdot h^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (B+C) + k}{N} = - \frac{4,16 \cdot 1000^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (5,29 + 4,14) + 0,86}{11,78} =$$

$$= - 872040 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q_2 \cdot h^2}{4} + m \cdot M_D = \frac{4,16 \cdot 1000^2}{4} - 1,57 \cdot 872040 = - 329102 \quad \text{Kg cm}$$

$$M_{b2} = \frac{q_2 \cdot h' \cdot h''}{2} + \frac{h'}{h} \cdot M_B = \frac{4,16 \cdot 700 \cdot 300}{2} + \frac{700}{1000} \cdot 1207960 = + 1282372 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M_D = - \frac{700}{1000} \cdot 872040 = - 610428 \text{ Kg cm}$$

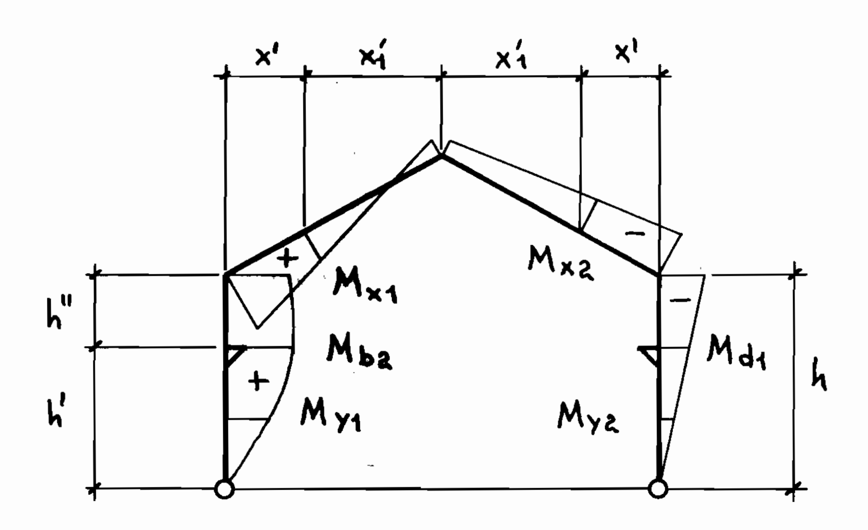



Fig.393

La figura 393 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{q_2 \cdot h'_x \cdot h''_x}{2} + \frac{h'_x}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h'_x}{h} \cdot M_D$$

$$M_{x1} = \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_D$$

## 4º Puente grúa, carga vertical

Fig.394

$$O_1 = \frac{P_1 \cdot c}{2} \cdot \frac{B + C - k \cdot (3 \cdot \alpha^2 - 1)}{N} =$$

$$= \frac{14000 \cdot 40}{2} \cdot \frac{5{,}29 + 4{,}14 - 0{,}86 \cdot (3 \cdot 0{,}7^2 - 1)}{11{,}78} = 214480$$

$$O_2 = \frac{P_2 \cdot c}{2} \cdot \frac{B + C - k \cdot (3 \cdot \alpha^2 - 1)}{N} =$$

$$= \frac{7000 \cdot 40}{2} \cdot \frac{5{,}29 + 4{,}14 - 0{,}86 \cdot (3 \cdot 0{,}7^2 - 1)}{11{,}78} = 107240$$

$$M_{b1} = M'_{d1} = -\alpha \cdot O_1 - \alpha \cdot O_2 = -0{,}7 \cdot 214480 - 0{,}7 \cdot 107240 = -225204 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = M'_{d2} = P_1 \cdot c + M_{b1} = 14000 \cdot 40 - 225204 = +334796 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = M'_D = P_1 \cdot c - O_1 - O_2 = 14000 \cdot 40 - 214480 - 107240 = +238280 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \left(\frac{P_1 \cdot c}{2} - m \cdot O_1\right) - \left(\frac{P_2 \cdot c}{2} - m \cdot O_2\right) = \left(\frac{14000 \cdot 40}{2} - 1{,}57 \cdot 214480\right) +$$

$$+ \left(\frac{7000 \cdot 40}{2} - 1{,}57 \cdot 107240\right) = -85100 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = M'_B = P_2 \cdot c - O_2 - O_1 = 7000 \cdot 40 - 107240 - 214480 = -41720 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = M'_{b1} = -\alpha \cdot 0_2 - \alpha \cdot 0_1 = -\ 0{,}7 \cdot 107240 - 0{,}7 \cdot 214480 = -\ 225204 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d2} = M'_{b2} = P_2 \cdot c + M_{d1} = 7000 \cdot 40 - 225204 = +\ 54796 \text{ Kg cm}$$

NOTA : Los momentos $M'_B$, $M'_D$, $M'_{b1}$, $M'_{b2}$, $M'_{d2}$, $M'_{d1}$ y los esfuerzos $H'_A$, $H'_E$, $V'_A$, $V'_E$, se producen cuando las cargas $P_1$ y $P_2$ están en sentido -inverso de la figura 389. Calcular también $M_C$ con el carro en el-centro.

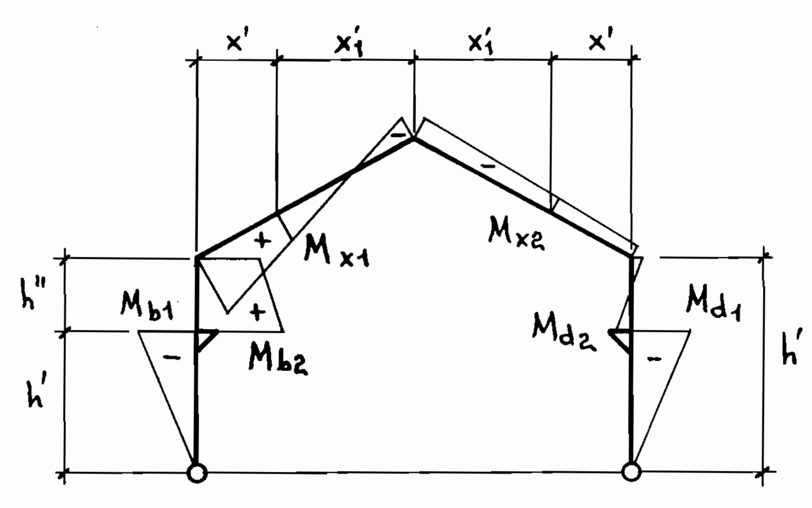



**Fig.394**

La figura 394 indica los momentos máximos multiplicados por 5 -(por ser muy pequeños para representarlos gráficamente a la misma escala que los otros). Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{x1} = \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M_D$$

## 5º Frenado del puente grúa (fuerza horizontal)

**Fig.395**

$$P_9 = \frac{P_1 - \text{Peso viga carrilera}}{10} = \frac{14000 - 1000}{10} = 1300 \text{ Kg}$$

$$P'_9 = \frac{P_9 \cdot h'}{h} = \frac{1300 \cdot 700}{1000} = 910 \text{ Kg}$$

$$P_{10} = \frac{\text{Rueda más cargada}}{7} = \frac{7350}{7} = 1050 \text{ Kg}$$

La fuerza $P_{10}$ la podemos repartir entre 3 soportes, debido a que la viga carrilera une a todos ellos, por lo tanto tendremos :

$$P_{10} = \frac{1050}{3} = 350 \text{ Kg} \quad ; \quad P'_{10} = \frac{P_{10} \cdot h'}{h} = \frac{350 \cdot 700}{1000} = 245 \text{ Kg}$$

$$M_D = M'_D = - \frac{P \cdot h \cdot (B + C)}{2 \cdot N} = - \frac{910 \cdot 1000 \cdot (5,29 + 4,14)}{2 \cdot 11,78} = - 364231 \text{ Kg cm}$$

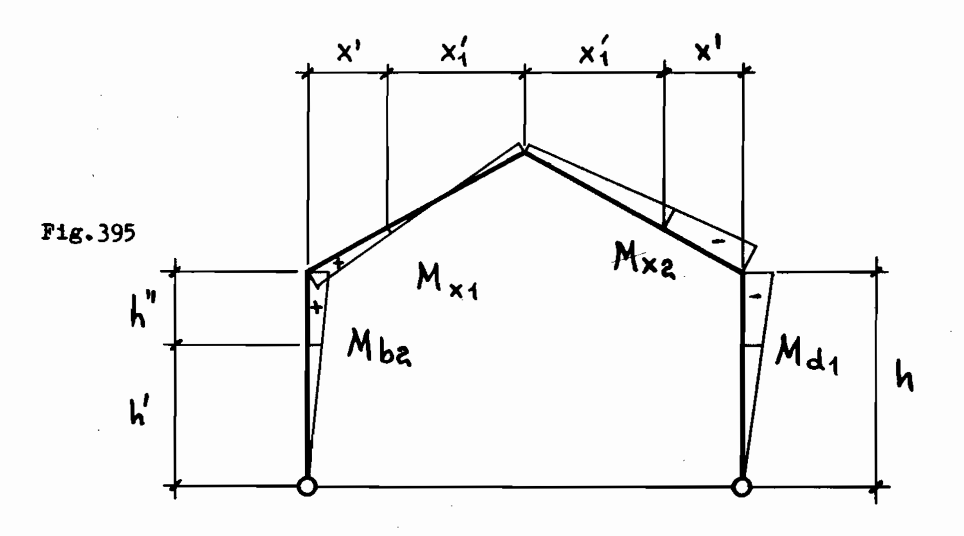
$$M_B = M'_B = P \cdot h + M_D = 910 \cdot 1000 - 364231 = + 545769 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{P \cdot h}{2} + m \cdot M_D = \frac{910 \cdot 1000}{2} - 1,57 \cdot 364231 = - 116852 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = M'_{b2} = \frac{h'}{h} \cdot M_B = \frac{700}{1000} \cdot 545769 = + 382038 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = M'_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M_D = - \frac{700}{1000} \cdot 364231 = - 254961 \text{ Kg cm}$$

Fig.395



La figura 395 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{x1} = \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_D$$

Los momentos $M_{B1}$, $M_{D1}$, $M_{b3}$ y $M_{d3}$ son en sentido longitudinal a - a la nave, y debidos a la fuerza $P'_{10}$ y $P_{10}$.

$$M_{B1} = M_{D1} = P'_{10} \cdot h = 245 \cdot 1000 = + 245000 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b3} = M_{d3} = P_{10} \cdot h' = 350 \cdot 700 = + 245000 \text{ Kg cm}$$

## 6º Dilatación térmica

Fig.396

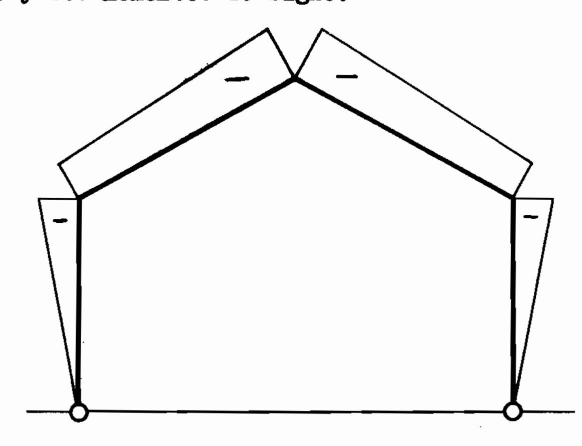
$$M_B = M_D = - \frac{3 \cdot 2100000 \cdot I_2 \cdot 0{,}000012 \cdot t \cdot l}{l' \cdot h \cdot N}$$

$$M_C = m \cdot M_B \quad ; \quad H_A = H_E = \frac{- M_B}{h}$$

t = Variación de la temperatura en grados

NOTA : Estas fórmulas son para un aumento uniforme de la temperatura, - para una disminución de la misma, todas las fuerzas cambian de - sentido y los momentos de signo.

Fig.396



Como queda dicho anteriormente, los momentos que salen por la dilatación térmica, no intervienen normalmente en el cálculo. En la figura 396, esta representado el momento del pórtico multiplicado por 20, con una variación de + 25 grados centigrados, por encima de la temperatura de montaje.

Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H_A = H_E = \frac{-M_B}{h} = \frac{1957236}{1000} = +1957 \text{ Kg}$$

$$V_A = V_E = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{8{,}5 \cdot 2000}{2} = +8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H_A = -\frac{O_1}{h} - \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{41352}{1000} - \frac{2{,}05 \cdot 577}{2} = -632 \text{ Kg}$$

$$H_E = -\frac{O_1}{h} + \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{41352}{1000} + \frac{2{,}05 \cdot 577}{2} = +550 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = -\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1{,}57)}{2 \cdot 2000} = -759 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1{,}57)}{2 \cdot 2000} = +759 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical )

$$H_A = -(q_2 \cdot h - H_E) = -4{,}16 \cdot 1000 + 872 = -3288 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{-M_D}{h} = -\frac{872040}{1000} = +872 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = -\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = -1040 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = - \frac{4,16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = + 1040 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 4º (Puente grúa)**

$$H_A = H_E = H'_A = H'_E = \frac{O_1}{h} + \frac{O_2}{h} = \frac{214480}{1000} + \frac{107240}{1000} = + 321 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_E = P_1 - \frac{P_1 \cdot c}{l} + \frac{P_2 \cdot c}{l} = 14000 - \frac{14000 \cdot 40}{2000} + \frac{7000 \cdot 40}{2000} = + 13860 \text{ Kg}$$

$$V_E = V'_A = \frac{P_1 \cdot c}{l} + P_2 - \frac{P_2 \cdot c}{l} = \frac{14000 \cdot 40}{2000} + 7000 - \frac{7000 \cdot 40}{2000} = + 7140 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 5º (frenado del puente grúa)**

$$H_A = H'_E = - (P'_9 - H_E) = - 910 + 364 = - 546 \text{ Kg}$$

$$H_E = H'_E = - \frac{M_D}{h} = \frac{364231}{1000} = + 364 \text{ Kg}$$

$$H_{A1} + H_{E1} = P'_{10} = + 245 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_A = - \frac{P'_9 \cdot h}{l} = - \frac{910 \cdot 1000}{2000} = - 455 \text{ Kg}$$

$$V_E = V'_E = \frac{P'_9 \cdot h}{l} = \frac{910 \cdot 1000}{2000} = + 455 \text{ Kg}$$

$H_{A1}$ y $H_{E1}$ son la reacción de los anclajes en el sentido longitudinal a la nave por la fuerza $P'_{10}$.

## Resumen

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él, combinando con el puente grúa o sin él, frenando o sin frenar).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| Caso | $M_{b1}$ | $M'_{b1}$ | $M_{b2}$ | $M'_{b2}$ | $M_{b3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 1370065 | - 1370065 | | | |
| 2º | | | + 442943 | + 442943 | |
| 3º | | | + 1282372 | + 1282372 | |
| 4º | - 225204 | - 225204 | + 334796 | + 54796 | |
| 5º | | | + 382038 | + 382038 | + 245000 |
| Suma algebraica | - 1595269 | -1595269 | + 2442149 | + 2162149 | + 245000 |
| Para cálculo | - 1595269 | | + 2442149 | | + 245000 |

| Caso | $M_B$ | $M'_B$ | $M_{B1}$ | $M_C$ | $M_D$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 1957236 | - 1957236 | | + 1250362 | - 1957236 |
| 2º | + 632777 | + 632777 | | - 105704 | - 550073 |
| 3º | + 1207960 | + 1207960 | | - 329102 | - 872040 |
| 4º | + 238280 | - 41720 | | - 85100 | - 41720 |
| 5º | + 545769 | + 545769 | + 245000 | - 116852 | - 364231 |
| Suma algebraica | + 667550 | + 387550 | + 245000 | + 613604 | - 3785300 |
| Para cálculo | | - 1998956 | + 245000 | + 1250362 | - 3785300 |

| C a s o | $M'_D$ | $M_{D1}$ | $M_{d1}$ | $M'_{d1}$ | $M_{d2}$ | $M'_{d2}$ | $M_{d3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 1957236 | | - 1370065 | - 1370065 | | | |
| 2º | - 550073 | | - 385051 | - 385051 | | | |
| 3º | - 872040 | | - 610428 | - 610428 | | | |
| 4º | + 238280 | | - 225204 | - 225204 | + 54796 | + 334796 | |
| 5º | - 364231 | + 245000 | - 254961 | - 254961 | | | + 245000 |
| Suma algebraica | - 3505300 | + 245000 | - 2845709 | - 2845709 | + 54796 | + 334796 | + 245000 |
| Para cálculo | | + 245000 | | - 2845709 | | + 334796 | + 245000 |

| C a s o | $H_A = H'_A$ | $H_E = H'_E$ | $H_{A1}$ | $H_{E1}$ | $V_A$ | $V'_A$ | $V_E$ | $V'_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1957 | + 1957 | | | + 8500 | + 8500 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 632 | + 550 | | | - 759 | - 759 | + 759 | + 759 |
| 3º | - 3288 | + 872 | | | - 1040 | - 1040 | + 1040 | + 1040 |
| 4º | + 321 | + 321 | | | + 13860 | + 7140 | + 7140 | + 13860 |
| 5º | - 546 | + 364 | + 245 | + 245 | - 455 | - 455 | + 455 | + 455 |
| Suma algebraica | - 2188 | + 4064 | + 245 | + 245 | + 20106 | + 13386 | + 17894 | + 24614 |
| Para cálculo | + 2278 | + 4064 | + 245 | + 245 | + 22360 | | | + 24614 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En este pórtico además de tener en cuenta el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta, el viento, y el pandeo que se produce por lo citado anteriormente, intervendrán en el cálculo de la sección, todos los momentos y esfuerzos máximos originados por el puente grúa. Deberá resistir por lo tanto, en el caso que se trata aqui, un momento de $M_D$ = 3785300 Kg cm en el sentido transversal de la nave, y un momento de $M_{D1}$ = 245000 Kg cm en el sentido longitudinal a la nave. La compresión máxima será de $V_E'$ = 24614 Kg.

Como en los pórticos anteriores se pondrá el perfil, de una viga armada de altura de alma 45 cm. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Cálculo del perfil adecuado (Fig.397 = perfil del pórtico) :

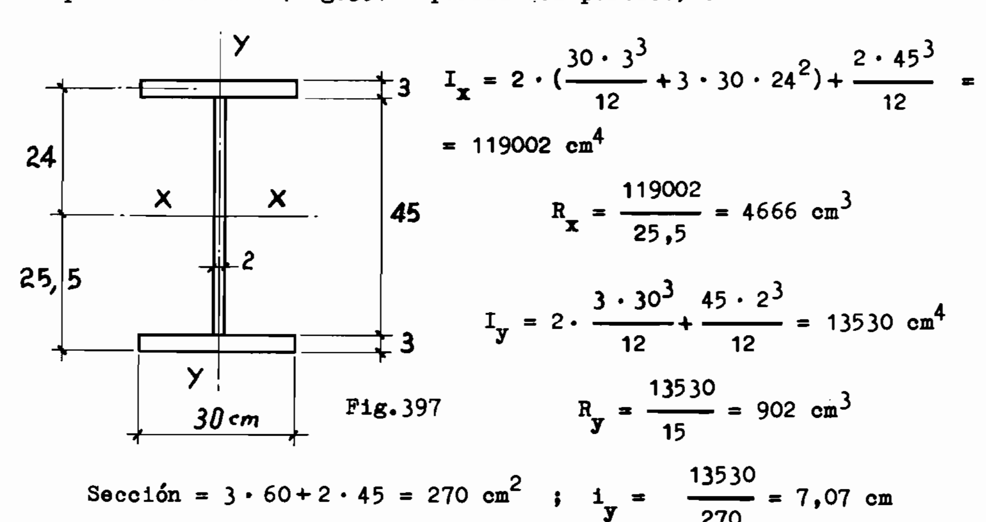



Fig.397

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{30 \cdot 3^3}{12} + 3 \cdot 30 \cdot 24^2\right) + \frac{2 \cdot 45^3}{12} = 119002 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{119002}{25{,}5} = 4666 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2 \cdot \frac{3 \cdot 30^3}{12} + \frac{45 \cdot 2^3}{12} = 13530 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{13530}{15} = 902 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 3 \cdot 60 + 2 \cdot 45 = 270 \text{ cm}^2 \; ; \; i_y = \frac{13530}{270} = 7{,}07 \text{ cm}$$

### C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{7{,}07} = 141 \; ; \omega = 3{,}36 \text{ (ver pág.226)} \; ; \; T_c = \frac{24614 \cdot 3{,}36}{270} = 306 \text{ Kg/cm}^2$$

### F l e x i ó n

$$T_f = \frac{3785300}{4666} + \frac{245000}{902} = 1082 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 306 + 1082 = 1388 \text{ Kg/cm}^2$$

NOTA: Este pórtico deberá llevar una articulación, que resista también el frenado del puente grúa, en el sentido longitudinal a la nave.

## d) PORTICO EMPOTRADO DE NAVE CON PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 398 y 399. $P_1$ = 14000 Kg, $P_2$ = 7000 Kg. $P_9$ = 1300 Kg de frenado del puente grúa. - $P_{10}$ = 1050 Kg de frenado del puente grúa en el sentido longitudinal a la nave.

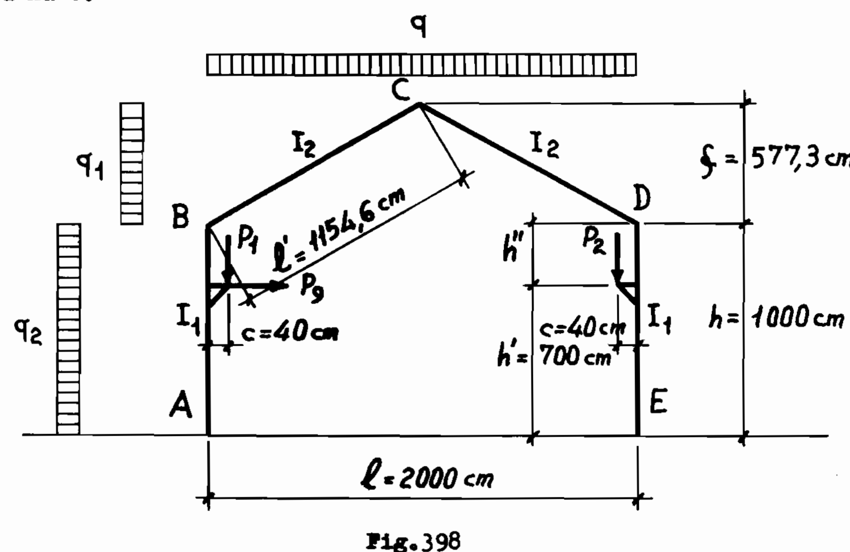



Fig.398

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos de los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 399, con una escala menor que las figuras que siguen).

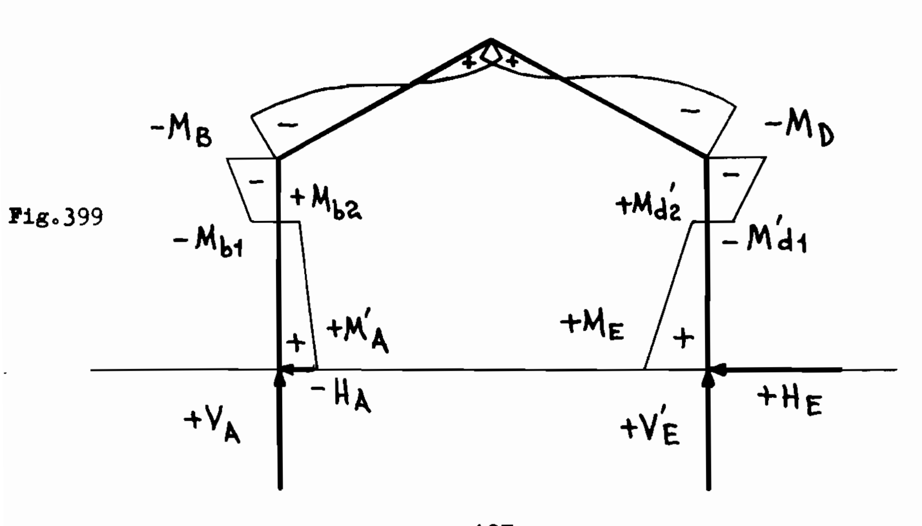



Fig.399

## Cargas

$$q = \frac{11,546 \cdot 2 \cdot (93+20) \cdot 6,5}{20} = 848 \text{ Kg ml} \approx 8,5 \text{ Kg cml}$$

$$q_1 = 125 \cdot 6,5 \cdot \text{sen}^2\, 30^\circ = 203,1 \text{ Kg ml} \approx 2,05 \text{ Kg cml}$$ (ver página 203 )

$$q_2 = 0,8 \cdot 80 \cdot 6,5 = 416 \text{ Kg ml} = 4,16 \text{ Kg cml}$$ (ver página 223)

## Constantes

$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l'} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1000}{1154} = 0,86 \quad ; \quad n = \frac{f}{h} = \frac{577}{1000} = 0,57$$

Cuando se quiera que el momento de inercia del soporte $I_1$, sea superior al de la cubierta $I_2$, se tendrá que reducir la constante "k" convenientemente, segun el caso.

$$m = 1+n = 1+0,57 = 1,57 \quad ; \quad C = 1+2 \cdot m = 1+2 \cdot 1,57 = 4,14$$

$$B = 3 \cdot k+2 = 3 \cdot 0,86+2 = 4,58$$

$$K_1 = 2 \cdot (k+1+m+m^2) = 2 \cdot (0,86+1+1,57+1,57^2) = 11,78$$

$$K_2 = 2 \cdot (k+n^2) = 2 \cdot (0,86+0,57^2) = 2,36$$

$$R = n \cdot C - k = 0,57 \cdot 4,14 - 0,86 = 1,5$$

$$N_1 = K_1 \cdot K_2 - R^2 = 11,78 \cdot 2,36 - 1,5^2 = 25,55$$

$$N_2 = 3 \cdot k+B = 3 \cdot 0,86+4,58 = 7,16$$

$$\alpha = \frac{h'}{h} = \frac{700}{1000} = 0,7 \quad ; \quad \tilde{n} = \frac{h''}{h} = \frac{300}{1000} = 0,3$$

### 1º Carga sobre la cubierta

Fig.400

$$M_A = M_E = \frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{k \cdot (8+15 \cdot n)+n \cdot (6-n)}{N_1} =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 2000^2}{16} \cdot \frac{0,86 \cdot (8 + 15 \cdot 0,57) + 0,57 \cdot (6 - 0,57)}{25,55} = + 1440750 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = M_D = - \frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{k \cdot (16 + 15 \cdot n) + n^2}{N_1} =$$

$$= - \frac{8,5 \cdot 2000^2}{16} \cdot \frac{0,86 \cdot (16 + 15 \cdot 0,57) + 0,57^2}{25,55} = - 1782875 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{8} - n \cdot M_A + m \cdot M_B =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 2000^2}{8} - 0,57 \cdot 1440750 - 1,57 \cdot 1782875 = + 629659 \text{ Kg cm}$$

$$x = \frac{l}{4} + \frac{M_C - M_B}{q \cdot l/2} = \frac{2000}{4} + \frac{629659 + 1782875}{8,5 \cdot 1000} = 784 \text{ cm}$$

$$x_1 = 1000 - 784 = 216 \text{ cm}$$

$$M'_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1}{l/2} \cdot M_B + \frac{x}{l/2} \cdot M_C =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 784 \cdot 216}{2} - \frac{216}{1000} \cdot 1782875 + \frac{784}{1000} \cdot 629659 = + 828263 \text{ Kg cm, luego -}$$

es superior a $M_C$ y por lo tanto se deberá tener en cuenta para el cal-culo.

$$M_{b1} = M_{d1} = \frac{h''}{h} \cdot M_A + \frac{h'}{h} \cdot M_B =$$

$$= \frac{300}{1000} \cdot 1440750 - \frac{700}{1000} \cdot 1782875 = - 815787 \text{ Kg cm}$$

La figura 400 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada.

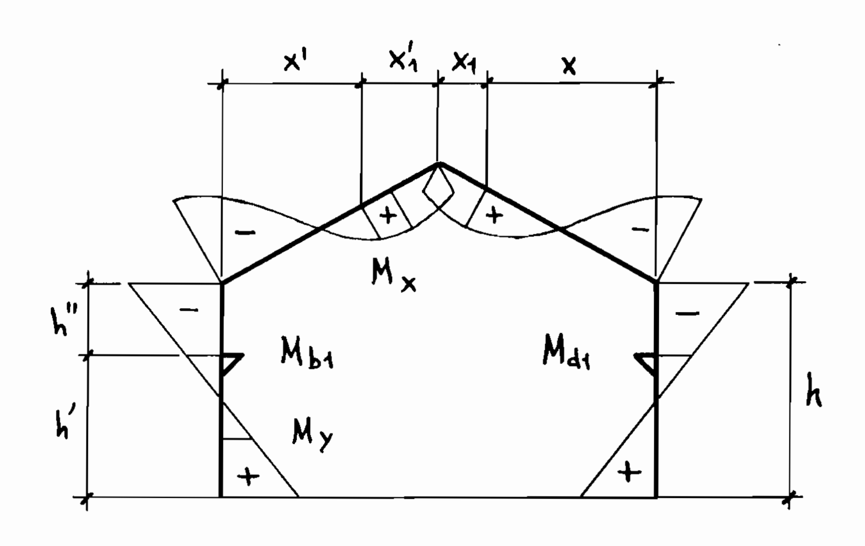



Fig.400

Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x' \cdot x_1'}{2} + \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_y = \frac{h_x''}{h} \cdot M_A + \frac{h_x'}{h} \cdot M_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.401

$$O_1 = \frac{q_1 \cdot f^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (9 \cdot n + 4) + n \cdot (6 + n)}{N_1} =$$

$$= \frac{2{,}05 \cdot 577^2}{8} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (9 \cdot 0{,}57 + 4) + 0{,}57 \cdot (6 + 0{,}57)}{25{,}55} = 38646$$

$$O_2 = \frac{q_1 \cdot f^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (8 + 9 \cdot n) - n^2}{N_1} =$$

$$= \frac{2{,}05 \cdot 577^2}{8} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (8 + 9 \cdot 0{,}57) - 0{,}57^2}{25{,}55} = 36599$$

$$O_3 = \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{8} \cdot \frac{4 \cdot B + n}{N_2} = \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{8} \cdot \frac{4 \cdot 4{,}58 + 0{,}57}{7{,}16} = 388861$$

$$M_A = -O_1 - O_3 = -38646 - 388861 = -427507 \quad \text{Kg cm}$$

$$M_E = -O_1 + O_3 = -38646 + 388861 = +350215 \quad \text{Kg cm}$$

$$M_B = O_2 + \left(\frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} - O_3\right) = 36599 + \left(\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} - 388861\right) =$$

$$= +239163 \text{ Kg cm}$$

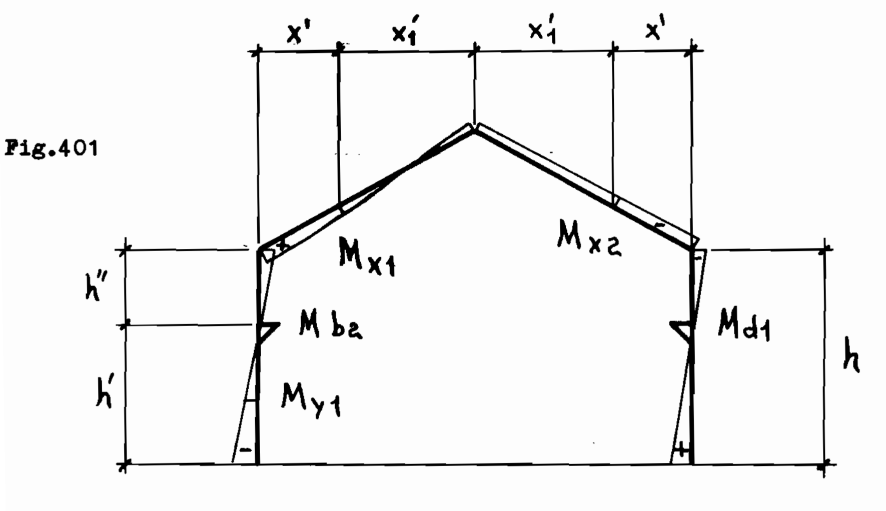
$$M_D = O_2 - \left(\frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} - O_3\right) = 36599 - \left(\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} - 388861\right) =$$

$$= -165965 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\frac{q_1 \cdot f^2}{4} + n \cdot O_1 + m \cdot O_2 =$$

$$= -\frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4} + 0{,}57 \cdot 38646 + 1{,}57 \cdot 36599 = -91137 \quad \text{Kg cm}$$

Fig.401



$$M_{b2} = \frac{h'}{h} \cdot M_B + \frac{h''}{h} \cdot M_A = \frac{700}{1000} \cdot 239163 - \frac{300}{1000} \cdot 427507 = +\ 39162 \quad Kg\ cm$$

$$M_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M_D + \frac{h''}{h} \cdot M_E = -\frac{700}{1000} \cdot 165965 + \frac{300}{1000} \cdot 350215 = -\ 11111\ Kg\ cm$$

La figura 401 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{h_x'}{h} \cdot M_B + \frac{h_x''}{h} \cdot M_A \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_D$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x_1'}{(l/2)^2} + \frac{x_1'}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C$$

3º Viento sobre el muro vertical

Fig.402

$$O_1 = \frac{q_2 \cdot h^2}{8} \cdot \frac{k \cdot (k+6) + k \cdot n \cdot (15 + 16 \cdot n) + 6 \cdot n^2}{N_1} =$$

$$= \frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{8} \cdot \frac{0{,}86 \cdot (0{,}86 + 6) + 0{,}86 \cdot 0{,}57 \cdot (15 + 16 \cdot 0{,}57) + 6 \cdot 0{,}57^2}{25{,}55} = 400348$$

$$O_2 = \frac{q_2 \cdot h^2 \cdot k \cdot (9 \cdot n + 8 \cdot n^2 - k)}{8 \cdot N_1} =$$

$$= \frac{4{,}16 \cdot 1000^2 \cdot 0{,}86 \cdot (9 \cdot 0{,}57 + 8 \cdot 0{,}57^2 - 0{,}86)}{8 \cdot 25{,}55} = 120231$$

$$O_3 = \frac{q_2 \cdot h^2 \cdot (2 \cdot k + 1)}{2 \cdot N_2} = \frac{4{,}16 \cdot 1000^2 \cdot (2 \cdot 0{,}86 + 1)}{2 \cdot 7{,}16} = 790167$$

$$M_A = -\ O_1 - O_3 = -\ 400348 - 790167 = -\ 1190515 \quad Kg\ cm$$

$$M_E = -\ O_1 + O_3 = -\ 400348 + 790167 = +\ 389819\ Kg\ cm$$

$$M_B = O_2 + \left(\frac{q_2 \cdot h^2}{4} - O_3\right) = 120231 + \left(\frac{4,16 \cdot 1000^2}{4} - 790167\right) = +370064 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_2 - \left(\frac{q_2 \cdot h^2}{4} - O_3\right) = 120231 - \left(\frac{4,16 \cdot 1000^2}{4} - 790167\right) = -129602 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\frac{q_2 \cdot h \cdot f}{4} + n \cdot O_1 + m \cdot O_2 =$$

$$= -\frac{4,16 \cdot 1000 \cdot 577}{4} + 0,57 \cdot 400348 + 1,57 \cdot 120231 = -183119 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = \frac{q_2 \cdot h' \cdot h''}{2} + \frac{h''}{h} \cdot M_A + \frac{h'}{h} \cdot M_B =$$

$$= \frac{4,16 \cdot 700 \cdot 300}{2} - \frac{300}{1000} \cdot 1190515 + \frac{700}{1000} \cdot 370064 = +338690 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D + \frac{h''}{h} \cdot M_E =$$

$$= -\frac{700}{1000} \cdot 129602 + \frac{300}{1000} \cdot 389819 = +26224 \text{ Kg cm}$$

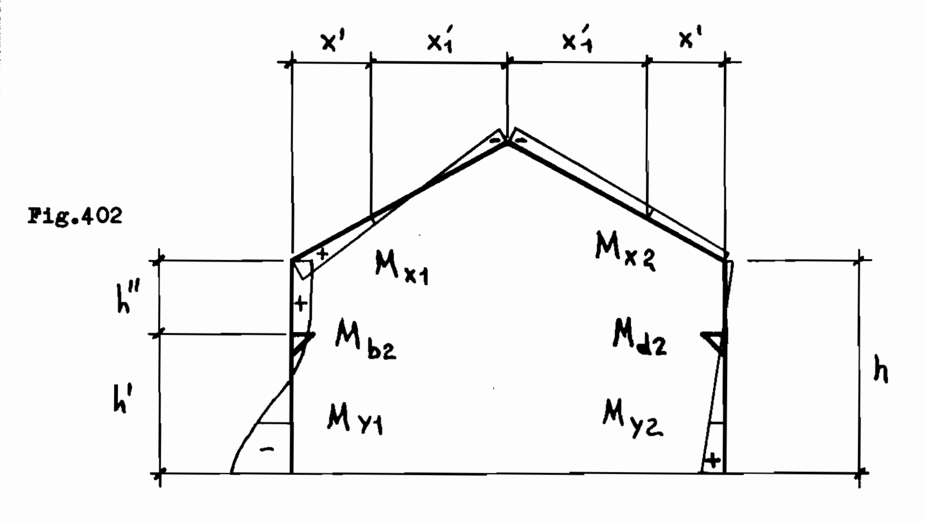


Fig.402

La figura 402 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{q_2 \cdot h_x' \cdot h_x''}{2} + \frac{h_x''}{h} \cdot M_A + \frac{h_x'}{h} \cdot M_B \quad ; \quad M_{y2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D + \frac{h''}{h} \cdot M_E$$

$$M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M_C + \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_D \quad ; \quad M_{x1} = \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C$$

## 4º Puente grúa, carga vertical

Fig.403

$$O_1 = P_1 \cdot c \cdot \left[2 \cdot n^2 - (1 - 3 \cdot \bar{n}^2) \cdot k\right] =$$

$$= 14000 \cdot 40 \cdot \left[2 \cdot 0{,}57^2 - (1 - 3 \cdot 0{,}3^2) \cdot 0{,}86\right] = 12320$$

$$O_1' = P_2 \cdot c \cdot \left[2 \cdot n^2 - (1 - 3 \cdot \bar{n}^2) \cdot k\right] =$$

$$= 7000 \cdot 40 \cdot \left[2 \cdot 0{,}57^2 - (1 - 3 \cdot 0{,}3^2) \cdot 0{,}86\right] = 6160$$

$$O_2 = P_1 \cdot c \cdot \left[n \cdot C - (3 \cdot \alpha^2 - 1) \cdot k\right] =$$

$$= 14000 \cdot 40 \cdot \left[0{,}57 \cdot 4{,}14 - (3 \cdot 0{,}7^2 - 1) \cdot 0{,}86\right] = 1095136$$

$$O_2' = P_2 \cdot c \cdot \left[n \cdot C - (3 \cdot \alpha^2 - 1) \cdot k\right] =$$

$$= 7000 \cdot 40 \cdot \left[0{,}57 \cdot 4{,}14 - (3 \cdot 0{,}7^2 - 1) \cdot 0{,}86\right] = 547568$$

$$O_3 = \frac{O_1 \cdot K_1 - O_2 \cdot R}{2 \cdot N_1} = \frac{12320 \cdot 11{,}78 - 1095136 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 25{,}55} = -\ 29306$$

$$O_3' = \frac{O_1' \cdot K_1 - O_2' \cdot R}{2 \cdot N_1} = \frac{6160 \cdot 11{,}78 - 547568 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 25{,}55} = -\ 14653$$

$$O_4 = \frac{O_2 \cdot K_2 - O_1 \cdot R}{2 \cdot N_1} = \frac{1095136 \cdot 2,36 - 12320 \cdot 1,5}{2 \cdot 25,55} = 50216$$

$$O'_4 = \frac{O'_2 \cdot K_2 - O'_1 \cdot R}{2 \cdot N_1} = \frac{547568 \cdot 2,36 - 6160 \cdot 1,5}{2 \cdot 25,55} = 25108$$

$$O_5 = \frac{P_1 \cdot c}{2} \cdot \frac{B - 3 \cdot (\alpha - \tilde{n}) \cdot k}{N_2} =$$

$$= \frac{14000 \cdot 40}{2} \cdot \frac{4,58 - 3 \cdot (0,7 - 0,3) \cdot 0,86}{7,16} = 138748$$

$$O'_5 = \frac{P_2 \cdot c}{2} \cdot \frac{B - 3 \cdot (\alpha - \tilde{n}) \cdot k}{N_2} =$$

$$= \frac{7000 \cdot 40}{2} \cdot \frac{4,58 - 3 \cdot (0,7 - 0,3) \cdot 0,86}{7,16} = 69374$$

$$M_A = M'_E = -O_3 - O_5 - O'_3 + O'_5 = 29306 - 138748 + 14653 + 69374 = -25415 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b1} = M'_{d1} = -O_3 - O_5 - \left[ \left( \frac{P_1 \cdot c}{2 \cdot h} - \frac{O_3 + O_4}{h} \right) \cdot h' \right] +$$

$$+ \frac{h'}{h} \cdot \left[ O'_4 - \left( \frac{P_2 \cdot c}{2} - O'_5 \right) \right] + \frac{h''}{h} \cdot \left( -O'_3 + O'_5 \right) =$$

$$= 29306 - 138748 - \left[ \left( \frac{14000 \cdot 40}{2 \cdot 1000} - \frac{-29306 + 50216}{1000} \right) \cdot 700 \right] +$$

$$+ \frac{700}{1000} \cdot \left[ 25108 - \left( \frac{7000 \cdot 40}{2} - 69374 \right) \right] + \frac{300}{1000} \cdot (14653 + 69374) = -298096 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = M'_{d2} = P_1 \cdot c + M_{b1} = 14000 \cdot 40 - 298096 = +261904 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = M'_D = O_4 + \left( \frac{P_1 \cdot c}{2} - O_5 \right) + O'_4 - \left( \frac{P_2 \cdot c}{2} - O'_5 \right) =$$

$$= 50216 + \left(\frac{14000 \cdot 40}{2} - 138748\right) + 25108 - \left(\frac{7000 \cdot 40}{2} - 69374\right) = +145950 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\frac{n \cdot P_1 \cdot c}{2} + n \cdot O_3 + m \cdot O_4 - \frac{n \cdot P_2 \cdot c}{2} + n \cdot O_3' + m \cdot O_4' =$$

$$= -\frac{0{,}57 \cdot 14000 \cdot 40}{2} - 0{,}57 \cdot 29306 + 1{,}57 \cdot 50216 - \frac{0{,}57 \cdot 7000 \cdot 40}{2} -$$

$$- 0{,}57 \cdot 14653 + 1{,}57 \cdot 25108 = -146098 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = M_B' = O_4' + \left(\frac{P_2 \cdot c}{2} - O_5'\right) + O_4 - \left(\frac{P_1 \cdot c}{2} - O_5\right) =$$

$$= 25108 + \left(\frac{7000 \cdot 40}{2} - 69374\right) + 50216 - \left(\frac{14000 \cdot 40}{2} - 138748\right) = +4698 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = M_{b1}' = -O_3' - O_5' - \left[\left(\frac{P_2 \cdot c}{2 \cdot h} - \frac{O_3' + O_4'}{h}\right) \cdot h'\right] +$$

$$+ \frac{h'}{h} \cdot \left[O_4 - \left(\frac{P_1 \cdot c}{2} - O_5\right)\right] + \frac{h''}{h} \cdot (-O_3 + O_5) =$$

$$= 14653 - 69374 - \left[\left(\frac{7000 \cdot 40}{2 \cdot 1000} - \frac{-14653 + 25108}{1000}\right) \cdot 700\right] +$$

$$+ \frac{700}{1000} \cdot \left[50216 - \left(\frac{14000 \cdot 40}{2} - 138748\right)\right] + \frac{300}{1000} \cdot (29306 + 138748) =$$

$$= -159030 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d2} = M_{b2}' = P_2 \cdot c + M_{d1} = 7000 \cdot 40 - 159030 = +120970 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = M_A' = -O_3' - O_5' - O_3 + O_5 = 14653 - 69374 + 29306 + 138748 = +113333 \text{ Kg cm}$$

**NOTA :** Los momentos $M_B'$, $M_D'$, $M_{b1}'$, $M_{b2}'$, $M_{d2}'$, $M_{d1}'$ y los esfuerzos $H_A'$, $H_E'$,

$V'_A$, $V'_E$, se producen cuando las cargas $P_1$ y $P_2$ están en sentido inverso de la figura 398. Calcular también $M_C$ con el carro en el centro.

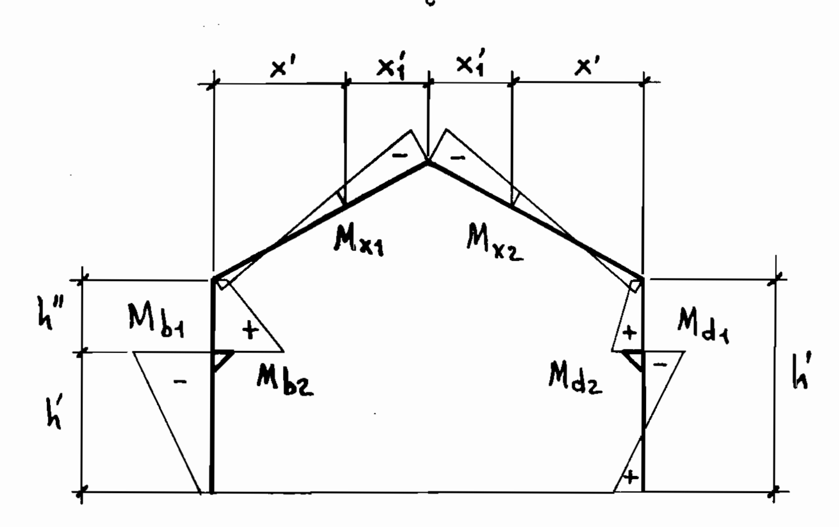



**Fig.**403

La figura 403 indica los momentos máximos multiplicados por 5 - (por ser muy pequeños para representarlos gráficamente a la misma escala que los otros). Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{x1} = \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_D$$

## 5º Frenado del puente grúa (fuerza horizontal)

**Fig.**404

$$P_9 = \frac{P_1 - \text{Peso viga carrilera}}{10} = \frac{14000 - 1000}{10} = 1300 \text{ Kg}$$

$$P'_9 = \frac{P_9 \cdot h'}{h} = \frac{1300 \cdot 700}{1000} = 910 \text{ Kg}$$

La fuerza $P_{10}$ la podemos repartir entre 3 soportes, debido a que la viga carrilera une a todos ellos. Por lo tanto tendremos :

$$P_{10} = \frac{1050}{3} = 350 \text{ Kg} \quad ; \quad P'_{10} = \frac{P_{10} \cdot h'}{h} = \frac{350 \cdot 700}{1000} = 245 \text{ Kg}$$

$$0_1 = \frac{3 \cdot P'_9 \cdot f \cdot (k + 2 \cdot n \cdot k + n)}{2 \cdot N_1} =$$

$$= \frac{3 \cdot 910 \cdot 577 \cdot (0{,}86 + 2 \cdot 0{,}57 \cdot 0{,}86 + 0{,}57)}{2 \cdot 25{,}55} = 74303$$

$$0_2 = \frac{3 \cdot P'_9 \cdot f \cdot m \cdot k}{N_1} = \frac{3 \cdot 910 \cdot 577 \cdot 1{,}57 \cdot 0{,}86}{25{,}55} = 83243$$

$$0_3 = \frac{P'_9 \cdot h \cdot B}{2 \cdot N_2} = \frac{910 \cdot 1000 \cdot 4{,}58}{2 \cdot 7{,}16} = 291047$$

$$M_A = M'_A = - 0_1 - 0_3 = - 74303 - 291047 = - 365350 \text{ Kg cm}$$

$$M_B = M'_B = 0_2 + (\frac{P'_9 \cdot h}{2} - 0_3) = 83243 + (\frac{910 \cdot 1000}{2} - 291047) = + 247196 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = - \frac{P'_9 \cdot f}{2} + n \cdot 0_1 + m \cdot 0_2 = - \frac{910 \cdot 577}{2} + 0{,}57 \cdot 74303 + 1{,}57 \cdot 83243 =$$

$$= - 352026 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = M'_D = 0_2 - (\frac{P'_9 \cdot h}{2} - 0_3) = 83243 - (\frac{910 \cdot 1000}{2} - 291047) = - 80710 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = M'_E = - 0_1 + 0_3 = - 74303 + 291047 = + 216744 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = M'_{b2} = \frac{h''}{h} \cdot M_A + \frac{h'}{h} \cdot M_B = - \frac{300}{1000} \cdot 365350 + \frac{700}{1000} \cdot 247196 = + 63432 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d2} = M'_{d2} = \frac{h'}{h} \cdot M_D + \frac{h''}{h} \cdot M_E = - \frac{700}{1000} \cdot 80710 + \frac{300}{1000} \cdot 216744 = + 8526 \text{ Kg cm}$$

Los momentos $M_{B1}$, $M_{D1}$, $M_{b3}$ y $M_{d3}$ son en sentido longitudinal a la nave y debidos a la fuerza $P'_{10}$ y $P_{10}$.

$$M_{B1} = M_{D1} = P'_{10} \cdot h = 245 \cdot 1000 = +\ 245000 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b3} = M_{d3} = P_{10} \cdot h' = 350 \cdot 700 = +\ 245000 \text{ Kg cm}$$

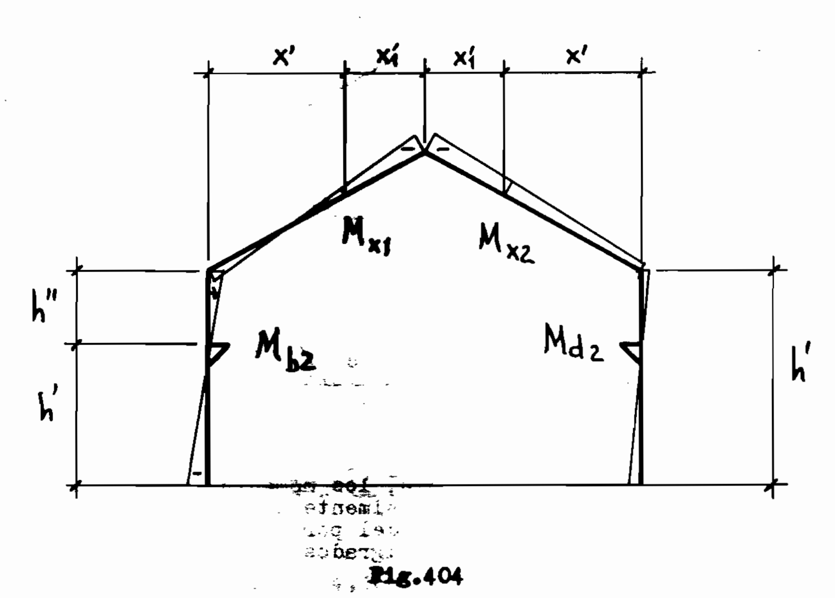



Fig.404

La figura 404 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{x1} = \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M_C \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M_C + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M_D$$

## 6ª Dilatación termica

Fig.405

$$O_1 = \frac{9 \cdot 2100000 \cdot I_2 \cdot 0{,}000012 \cdot t \cdot l}{h \cdot l' \cdot N_1}$$

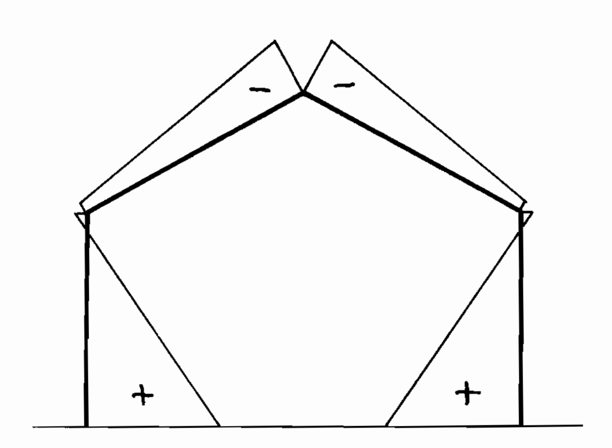
$$M_A = M_E = O_1 \cdot (k + 2 + n) \quad ; \quad M_B = M_D = -\ O_1 \cdot (k - n)$$

$$M_C = -n \cdot M_A + m \cdot M_B \; ; \; H_A = H_E = \frac{M_A - M_B}{h}$$

t = variación de la temperatura en grados

NOTA : Estas fórmulas son para un aumento uniforme de la temperatura, - para una disminución de la misma, todas las fuerzas cambian de - sentido y los momentos de signo.

Fig.405




Como queda dicho anteriormente, los momentos que salen por la dilatación térmica, no intervienen normalmente en el cálculo. En la figura 405, esta representado el momento del portico multiplicado por 20, - con una variación de + 25 grados centigrados, por encima de la temperatura de montaje.

Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H_A = H_E = \frac{M_A - M_B}{h} = \frac{1440750 + 1782875}{1000} = +\ 3223 \text{ Kg}$$

$$V_A = V_E = \frac{q \cdot 1}{2} = \frac{8{,}5 \cdot 2000}{2} = +\ 8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H_A = -\ (q_1 \cdot f - H_E) = -\ 2{,}05 \cdot 577 + 516 = -\ 666 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{q_1 \cdot f}{2} - \frac{O_1 + O_2}{h} = \frac{2{,}05 \cdot 577}{2} - \frac{38646 + 36599}{1000} = +516 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (2+n)}{2 \cdot l} + \frac{2 \cdot O_3}{l} = -\frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (2+0{,}57)}{2 \cdot 2000} + \frac{2 \cdot 388861}{2000} =$$

$$= -371 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (2+n)}{2 \cdot l} - \frac{2 \cdot O_3}{l} = \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (2+0{,}57)}{2 \cdot 2000} - \frac{2 \cdot 388861}{2000} =$$

$$= +371 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H_A = -(q_2 \cdot h - H_E) = -4{,}16 \cdot 1000 + 519 = -3641 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{q_2 \cdot h}{4} - \frac{O_1 + O_2}{h} = \frac{4{,}16 \cdot 1000}{4} - \frac{400348 + 120231}{1000} = -519 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} + \frac{2 \cdot O_3}{l} = -\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} + \frac{2 \cdot 790167}{2000} = -249 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} - \frac{2 \cdot O_3}{l} = \frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} - \frac{2 \cdot 790167}{2000} = +249 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 4º (puente grúa)

$$H_A = H_E = H'_A = H'_E = \frac{P_1 \cdot c}{2 \cdot h} - \frac{O_3 + O_4}{h} + \frac{P_2 \cdot c}{2 \cdot h} - \frac{O'_3 + O'_4}{h} =$$

$$= \frac{14000 \cdot 40}{2 \cdot 1000} - \frac{-29306 + 50216}{1000} + \frac{7000 \cdot 40}{2 \cdot 1000} - \frac{-14653 + 25108}{1000} = +388 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_E = P_1 - \frac{P_1 \cdot c - 2 \cdot O_5}{l} + \frac{P_2 \cdot c - 2 \cdot O'_5}{l} =$$

$$= 14000 - \frac{14000 \cdot 40 - 2 \cdot 138748}{2000} + \frac{7000 \cdot 40 - 2 \cdot 69374}{2000} = + 13929 \text{ Kg}$$

$$V_E = V'_A = P_2 - \frac{P_2 \cdot c - 2 \cdot 0'_5}{l} + \frac{P_1 \cdot c - 2 \cdot 0_5}{l} =$$

$$= 7000 - \frac{7000 \cdot 40 - 2 \cdot 69374}{2000} + \frac{14000 \cdot 40 - 2 \cdot 138748}{2000} = + 7071 \text{ Kg}$$

<u>**Anclajes en caso 5º (frenado del puente grúa)**</u>

$$H_A = H'_A = - (P'_9 - H_E) = - 910 + 298 = - 612 \text{ Kg}$$

$$H_E = H'_E = \frac{P'_9}{2} - \frac{0_1 + 0_2}{h} = \frac{910}{2} - \frac{74303 + 83243}{1000} = - 298 \text{ Kg}$$

$$H_{A1} = H_{E1} = P'_{10} = + 245 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_A = - \frac{P'_9 \cdot h - 2 \cdot 0_3}{l} = - \frac{910 \cdot 1000 - 2 \cdot 291047}{2000} = - 163 \text{ Kg}$$

$$V_E = V'_E = \frac{P'_9 \cdot h - 2 \cdot 0_3}{l} = \frac{910 \cdot 1000 - 2 \cdot 291047}{2000} = + 163 \text{ Kg}$$

$H_{A1}$ y $H_{E1}$ son la reacción de los anclajes en el sentido longitudinal a la nave por la fuerza $P'_{10}$.

## <u>Resumen</u>

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él, combinado con el puente grúa o sin él, frenando o sin frenar).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| C a s o | $M_A$ | $M'_A$ | $M_{b1}$ | $M'_{b1}$ | $M_{b2}$ | $M'_{b2}$ | $M_{b3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1440750 | + 1440750 | - 815787 | - 815787 | | | |
| 2º | - 427507 | - 427507 | | | + 39162 | + 39162 | |
| 3º | - 1190515 | - 1190515 | | | + 338690 | + 338690 | |
| 4º | - 25415 | + 113333 | - 298096 | - 159030 | + 261904 | + 120970 | |
| 5º | - 365350 | - 365350 | | | + 63432 | + 63432 | + 245000 |
| Suma algebraica | - 568037 | + 429289 | - 1113883 | - 974817 | + 703188 | + 562254 | + 245000 |
| Para cálculo | | + 1554083 | - 1113883 | | + 703188 | | + 245000 |

| C a s o | $M_B$ | $M'_B$ | $M_{B1}$ | $M_C$ | $M_D$ | $M'_D$ | $M_{D1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 1782875 | - 1782875 | | + 828263 | - 1782875 | - 1782875 | |
| 2º | + 239163 | + 239163 | | - 91137 | - 165965 | - 165965 | |
| 3º | + 370064 | + 370064 | | - 183119 | - 129602 | - 129602 | |
| 4º | + 145950 | + 4698 | | - 146098 | + 4698 | + 145950 | |
| 5º | + 247196 | + 247196 | + 245000 | - 352026 | - 80710 | - 80710 | + 245000 |
| Suma algebraica | - 780502 | - 921754 | + 245000 | - 55883 | - 2154454 | + 2013202 | + 245000 |
| Para cálculo | - 1782875 | | + 245000 | + 828263 | - 2154454 | | + 245000 |

| C a s o | $M_{d1}$ | $M'_{d1}$ | $M_{d2}$ | $M'_{d2}$ | $M_{d3}$ | $M_E$ | $M'_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 815787 | - 815787 | | | | + 1440750 | + 1440750 |
| 2º | - 11111 | - 11111 | | | | + 350215 | + 350215 |
| 3º | | | + 26224 | + 26224 | | + 389819 | + 389819 |
| 4º | - 159030 | - 298096 | + 120970 | + 261904 | | + 113333 | - 25415 |
| 5º | | | + 8526 | + 8526 | + 245000 | + 216744 | + 216744 |
| **Suma algebraica** | - 985928 | - 1124994 | + 155720 | + 296654 | + 245000 | + 2510861 | + 2372113 |
| **Para cálculo** | | - 1124994 | | + 296654 | + 245000 | + 2510861 | |

| C a s o | $H_A = H'_A$ | $H_E = H'_E$ | $H_{A1}$ | $H_{E1}$ | $V_A$ | $V'_A$ | $V_E$ | $V'_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 3223 | + 3223 | | | + 8500 | + 8500 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 666 | + 516 | | | - 371 | - 371 | + 371 | + 371 |
| 3º | - 3641 | + 519 | | | - 249 | - 249 | + 249 | + 249 |
| 4º | + 388 | + 388 | | | + 13929 | + 7071 | + 7071 | + 13929 |
| 5º | - 612 | + 298 | + 245 | + 245 | - 163 | - 163 | + 163 | + 163 |
| **Suma algebraica** | - 1308 | + 4944 | + 245 | + 245 | + 21646 | + 14788 | + 16354 | + 23212 |
| **Para cálculo** | + 3611 | + 4944 | + 245 | + 245 | + 22429 | | | + 23212 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En este pórtico además de tener en cuenta el momento máximo que- haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta, el viento, y el- pandeo que se produce por lo citado anteriormente, intervendrán en el - cálculo de la sección, todos los momentos y esfuerzos máximos originados por el puente grúa. Deberá resistir por lo tanto, en el caso que se trata aqui, un momento de $M_E$ = 2510861 Kg cm en el sentido transversal de la nave, y un momento de $M_{D1}$ = 245000 Kg cm en el sentido longitudinal a la nave. La compresión máxima será de $V'_E$ = 23212 Kg.

Como en los pórticos anteriores se pondrá el perfil, de una viga armada de altura de alma 45 cm. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Cálculo del perfil adecuado (Fig.406 = perfil del pórtico) :

Y
2,4
23,7
X X
45
2
24,9
2,4
Y
30 cm

Fig.406

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{30 \cdot 2{,}4^3}{12} + 2{,}4 \cdot 30 \cdot 23{,}7^2\right) + \frac{2 \cdot 45^3}{12} =$$

$$= 96140 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{96140}{24{,}9} = 3861 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2 \cdot \frac{2{,}4 \cdot 30^3}{12} + \frac{45 \cdot 2^3}{12} = 10830 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{10830}{15} = 722 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 2{,}4 \cdot 60 + 2 \cdot 45 = 234 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{10830}{234}} = 6{,}80$$

### Compresión

$$\lambda = \frac{1000}{6{,}8} = 147 \; ; \; \omega = 3{,}65 \text{ (ver pág.226)} \; ; \; T_c = \frac{23212 \cdot 3{,}65}{234} = 362 \text{ Kg/cm}^2$$

(ver pág.226)

### Flexión

$$T_f = \frac{2510861}{3861} + \frac{245000}{722} = 989 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 362 + 989 = 1351 \text{ Kg/cm}^2$$

## e) PORTICO ARTICULADO CON TIRANTE EN NAVE SIN PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 407 y 408.

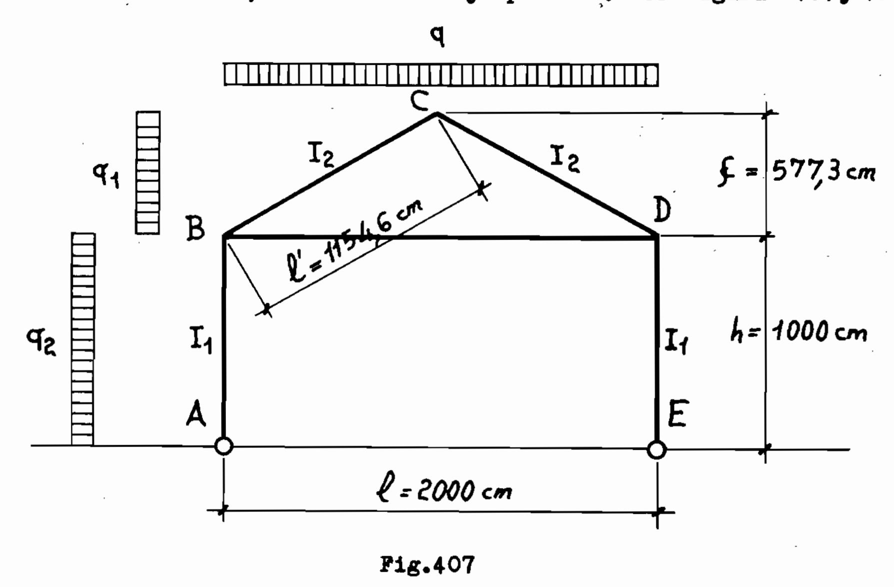
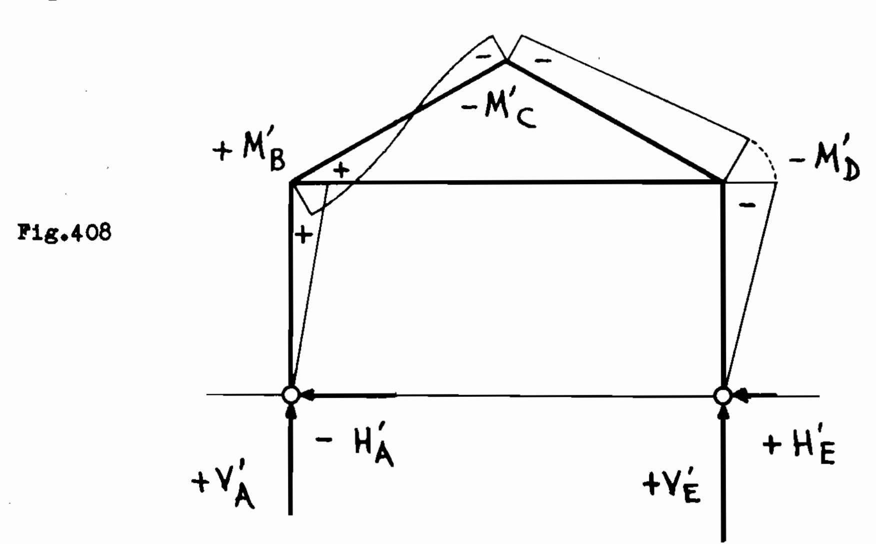



Fig.407

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están re presentados en la figura 408, con una escala menor que las figuras que siguen).

Fig.408



Para el proyecto de este tipo de nave se hará primero el cálculo del pórtico sin tirante (como en el ejemplo "a"), y luego se reducirán los momentos y los esfuerzos como se indicará más adelante. Por lo tanto, tomaremos aquí los datos hallados en el ejemplo anterior, para evitar el calcularlo nuevamente.

## Constantes anteriores necesarias

$$B = 5{,}29 \quad ; \quad N = 11{,}78 \quad ; \quad C = 4{,}14 \quad ; \quad I_2 = 73279 \text{ cm}^4$$

$$k = 0{,}86 \quad ; \quad n = 0{,}57$$

## Constantes nuevas

$$V = \frac{B}{N} = \frac{5{,}29}{11{,}78} = 0{,}449 \quad ; \quad W = \frac{C}{N} = \frac{4{,}14}{11{,}78} = 0{,}351$$

$$L = \frac{3 \cdot I_2 \cdot l \cdot E}{f^2 \cdot S' \cdot l' \cdot E'} = \frac{3 \cdot 73279 \cdot 2000 \cdot 2100000}{577^2 \cdot 12 \cdot 1154 \cdot 2100000} = 0{,}09$$

$$S' = 1 \, \phi \, 40 = 12 \text{ cm}^2$$

$E'$ = Módulo de elasticidad del material del tirante (normalmente el mismo que el pórtico).

$S'$ = Sección en $cm^2$ del tirante.

$I_2$ = Momento de inercia de la parte superior del pórtico.

$$N' = \frac{4 \cdot k + 3}{N} + L = \frac{4 \cdot 0{,}86 + 3}{11{,}78} + 0{,}09 = 0{,}63$$

## 1º Carga sobre la cubierta

Fig.409

Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :

$$M_B = -\ 1957236 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_C = +\ 1177140 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = -\ 1957236 \text{ Kg cm}$$

**Esfuerzo de tracción del tirante :**

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \frac{q \cdot l^2}{8}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{-1957236 - 1957236 + 4 \cdot 1177140 + \frac{8,5 \cdot 2000^2}{8}}{2 \cdot 577 \cdot 0,63} = 6938 \text{ Kg}$$

**Momentos del pórtico con tirante :**

$$M'_B = M_B + W \cdot Z \cdot f = -1957236 + 0,351 \cdot 6938 \cdot 577 = -552104 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + W \cdot Z \cdot f = -1957236 + 0,351 \cdot 6938 \cdot 577 = -552104 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - V \cdot Z \cdot f = 1177140 - 0,449 \cdot 6938 \cdot 577 = -620308 \text{ Kg cm}$$

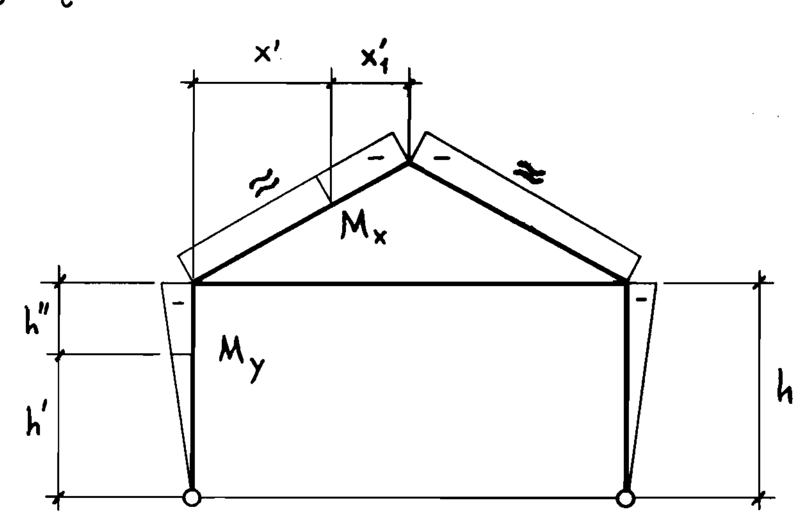



Fig.409

La figura 409 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M'_B}{l/2} + \frac{x \cdot M'_C}{l/2} \; ; \qquad M_y = \frac{h'}{h} \cdot M'_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.410

Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :

$M_B = + 632777$ Kg cm ; $M_C = - 105704$ Kg cm ; $M_D = - 550073$ Kg cm

Esfuerzo de tracción del tirante :

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \dfrac{q_1 \cdot f^2}{4}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{632777 - 550073 - 4 \cdot 105704 + \dfrac{2{,}05 \cdot 577^2}{4}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}63} = 233 \text{ Kg}$$

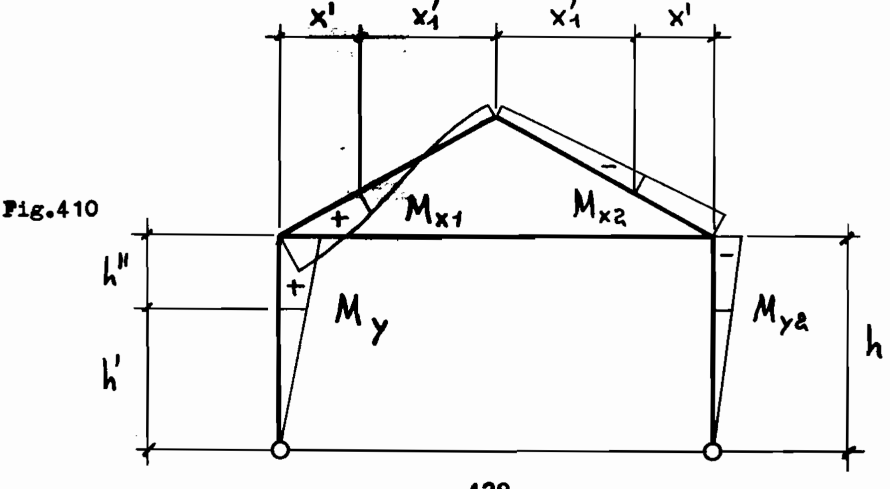
Momentos del pórtico con tirante :

$M'_B = M_B + W \cdot Z \cdot f = 632777 + 0{,}351 \cdot 233 \cdot 577 = + 679965$ Kg cm

$M'_D = M_D + W \cdot Z \cdot f = - 550073 + 0{,}351 \cdot 233 \cdot 577 = - 502885$ Kg cm

$M'_C = M_C - V \cdot Z \cdot f = - 105704 - 0{,}449 \cdot 233 \cdot 577 = - 166068$ Kg cm

Fig.410



La figura 410 indica los momentos máximos, siendo la curva de - unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{y1} = \frac{h'}{h} \cdot M'_B \; ; \; M_{y2} = \frac{h'}{h} \cdot M'_D \; ; \; M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M'_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M'_D$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x'_1}{(1/2)^2} + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M'_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M'_C$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.379

Los valores obtenidos en el ejemplo "a", no cambian en este caso por la colocación del tirante, por lo tanto, tendremos los siguientes - momentos :

$$M_B = M'_B = + 1207960 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = M'_D = - 872040 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = M'_C = - 329102 \text{ Kg cm}$$

## 4º Dilatación térmica

Fig.380

las fórmulas para hallar los momentos que se producen, por la dilatación térmica, podrán valer las mismas que en el ejemplo "a", ya que los momentos son muy pequeños.

## Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H'_A = H'_E = H_A - n \cdot W \cdot Z = 1957 - 0{,}57 \cdot 0{,}351 \cdot 6938 = + 569 \quad \text{Kg}$$

$$V'_A = V_A = + 8500 \text{ Kg}$$

$$V'_E = V_E = + 8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H'_A = H_A - n \cdot W \cdot Z = - 632 - 0,57 \cdot 0,351 \cdot 233 = - 678 \text{ Kg}$$

$$H'_E = H_E - n \cdot W \cdot Z = 550 - 0,57 \cdot 0,351 \cdot 233 = + 504 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = - 759 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = + 759 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H'_A = H_A = - 3288 \text{ Kg} \quad ; \quad H'_E = H_E = + 872 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = - 1040 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = + 1040 \text{ Kg}$$

Resumen

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| Caso | $M'_B$ | $M'_C$ | $M'_D$ |
|---|---|---|---|
| 1º | - 552104 | - 620308 | - 552104 |
| 2º | + 679965 | - 166068 | - 502885 |
| 3º | + 1207960 | - 329102 | - 872040 |
| Suma algebraica | + 1335821 | - 1115478 | - 1927029 |
| Para cálculo | + 1335821 | - 1115478 | - 1927029 |

| C a s o | $H'_A$ | $H'_E$ | $V'_A$ | $V'_E$ |
|---|---|---|---|---|
| 1º | + 569 | + 569 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 678 | + 504 | - 759 | + 759 |
| 3º | - 3288 | + 872 | - 1040 | + 1040 |
| Suma algebraica | - 3397 | + 1945 | + 6701 | +10299 |
| Para cálculo | - 3397 | + 1945 | + 8500 | +10299 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no solo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resisrir un momento de $M'_D$ = 1927029 Kg cm, y una compresión de $V'_E$ = 10299 Kg.

Como en los pórticos anteriores se pondrá el perfil, de una viga armada. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Cálculo del perfil adecuado — (Fig.411 = perfil del pórtico):

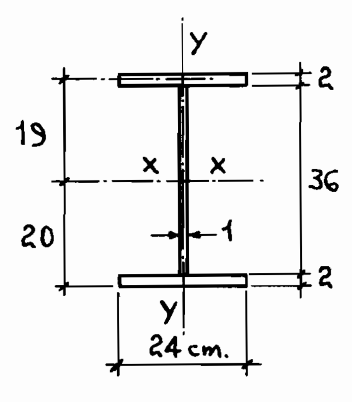



Fig.411

(Se deberán calcular las flechas)

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{24 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 24 \cdot 19^2\right) + \frac{1 \cdot 36^3}{12} =$$

$$= 38576 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{38576}{20} = 1928 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2 \cdot \frac{2 \cdot 24^3}{12} + \frac{36 \cdot 1^3}{12} = 4611 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{4611}{12} = 384 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 2 \cdot 48 + 1 \cdot 36 = 132 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{4611}{132}} = 5{,}9$$

## Compresión

$$\lambda = \frac{1000}{5,9} = 169 \; ; \omega = 4,82 \text{ (ver pag.226)} \; ; \; T_c = \frac{10299 \cdot 4,82}{132} = 376 \text{ Kg/cm}^2$$

## Flexión

$$T_f = \frac{1927029}{1928} = 999 \text{ Kg/cm}^2$$

## Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 376 + 999 = 1375 \text{ Kg/cm}$$

## Tirante del pórtico

Para el cálculo del pórtico pusimos un tirante de redondo de 40 mm. Este redondo tendrá que ser sujetado por otros, que esten unidos al pórtico (ver figura 412).

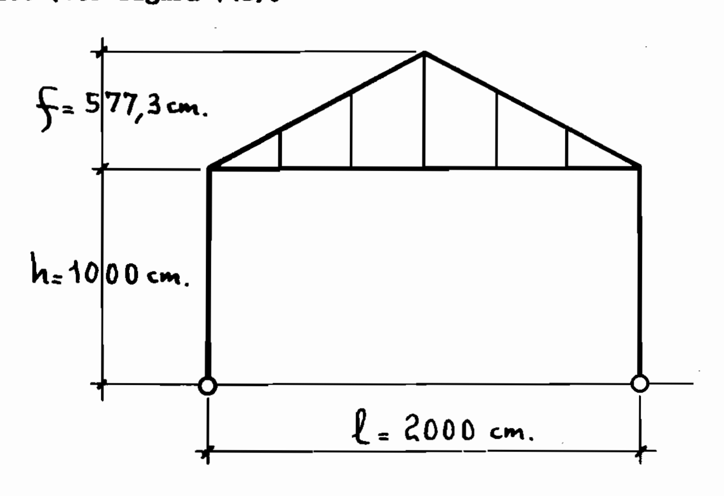



Fig.412

Como se ve por el dibujo, el tirante esta suspendido por 5 puntos, separados 2000 : 6 = 333 cm. El trabajo del tirante, según se calculó anteriormente era el siguiente :

$$6938 + 233 = 7171 \text{ Kg}$$

Ahora habrá que ver al momento que esta sometido por la flexión. Para ello hallaremos su momento resistente, que será :

$$R_{\varnothing} = 0{,}0982 \cdot d^3 = 0{,}0982 \cdot 4^3 = 6{,}34 \text{ cm}^3$$

El peso propio del redondo de 40 mm és de 9,8 Kg por metro. Por-lo tanto habrá el momento flector siguiente :

$$Mf = \frac{C \cdot l}{8} = \frac{9{,}8 \cdot 3{,}33 \cdot 333}{8} = 1358 \text{ Kg cm}$$

Tensión de trabajo del tirante :

$$T_{to} = \frac{Mf}{R_{\varnothing}} + \frac{P}{S} = \frac{1358}{6{,}34} + \frac{7171}{12} = 811 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto se da por bueno el tirante, ya que trabaja a menos-de lo admisible.

## Conclusión

Como se puede ver, al poner un tirante se rebaja considerablemente el perfil del pórtico (comparar las figuras 381 y la 411 de secciones), con lo que se consigue una grán economia, que al proyectar este - tipo de naves habrá que tener en cuenta.

## f) PORTICO EMPOTRADO CON TIRANTE EN NAVE SIN PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 413 y 414.

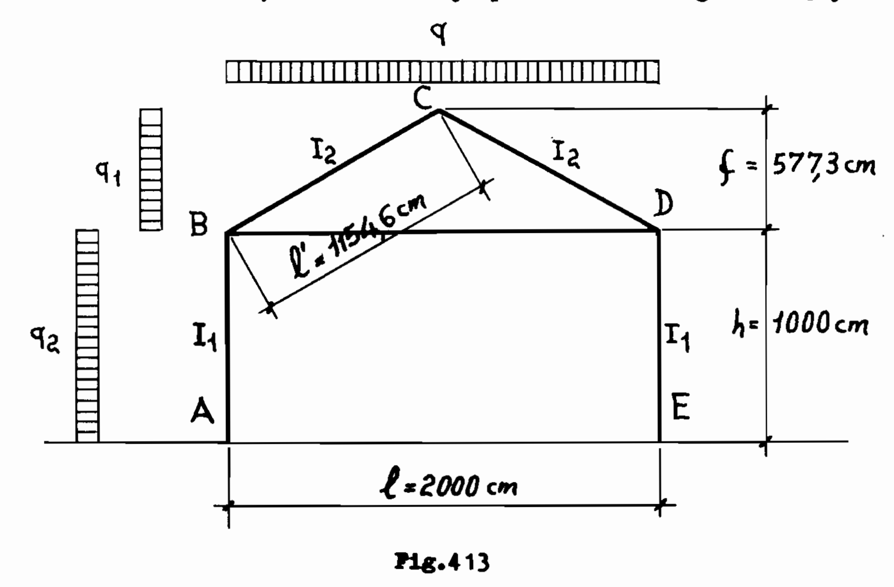



Fig.413

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 414, con una escala menor que las figuras que siguen).

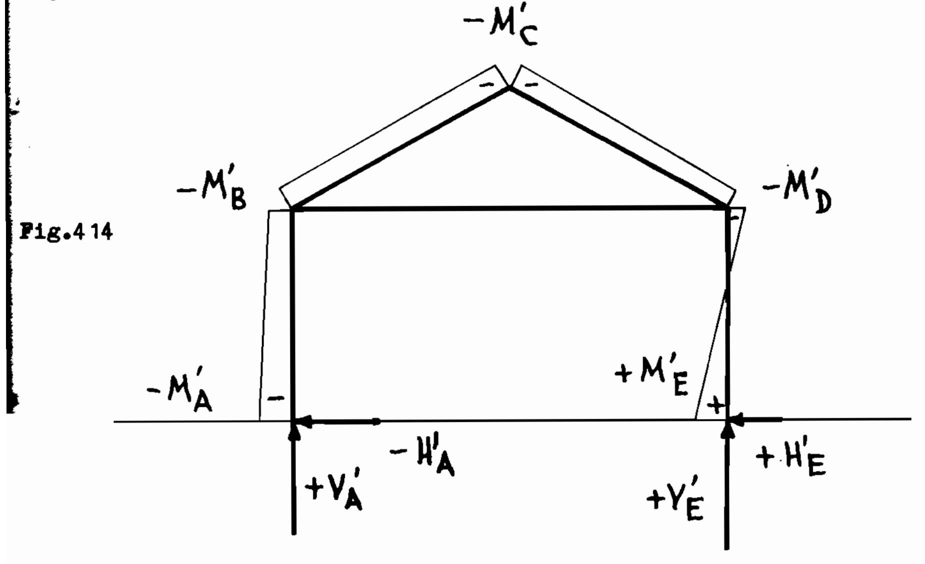



Fig.414

Para el proyecto de este tipo de nave se hará primero el cálculo del pórtico sin tirante (como en el ejemplo "b"), y luego se reducirán los momentos y los esfuerzos como se indicará más adelante. Por lo tanto, tomaremos aqui los datos hallados en el ejemplo anterior, para evitar el calcularlo otra vez.

Constantes anteriores necesarias

$$k = 0{,}86 \quad ; \quad m = 1{,}57 \quad ; \quad n = 0{,}57 \quad ; \quad N_1 = 25{,}55$$

Constantes nuevas

$$\alpha' = \frac{3 \cdot (m \cdot k + n \cdot k + n)}{N_1} = \frac{3 \cdot (1{,}57 \cdot 0{,}86 + 0{,}57 \cdot 0{,}86 + 0{,}57)}{25{,}55} = 0{,}283$$

$$V = \frac{6 \cdot m \cdot k}{N_1} = \frac{6 \cdot 1{,}57 \cdot 0{,}86}{25{,}55} = 0{,}317$$

$$W = \frac{3 \cdot k \cdot (k + 1 + m)}{N_1} = \frac{3 \cdot 0{,}86 \cdot (0{,}86 + 1 + 1{,}57)}{25{,}55} = 0{,}346$$

$$L = \frac{3 \cdot I_2 \cdot l \cdot E}{f^2 \cdot S' \cdot l' \cdot E'} = \frac{3 \cdot 52008 \cdot 2000 \cdot 2100000}{577^2 \cdot 12 \cdot 1154 \cdot 2100000} = 0{,}067$$

$$S' = 1 \, \varnothing \, 40 = 12 \text{ cm}^2$$

$E'$ = Módulo de elasticidad del material del tirante (normalmente el mismo que el pórtico).

$S'$ = Sección en $cm^2$ del tirante.

$I_2$ = Momento de inercia de la parte superior del pórtico.

$$N' = 2 \cdot W - V + L = 2 \cdot 0{,}346 - 0{,}317 + 0{,}067 = 0{,}442$$

1º Carga sobre la cubierta

Fig.415

Momentos del pórtico sin tirante, que se modifican :

$$M_A = M_E = +\ 1440750 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_B = M_D = -\ 1782875 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = +\ 629659 \text{ Kg cm}$$

**Esfuerzo de tracción del tirante :**

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \dfrac{q \cdot l^2}{8}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{-\ 1782875\ -\ 1782875 + 4 \cdot 629659 + \dfrac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}442} = 6279 \text{ Kg}$$

**Momentos del pórtico con tirante :**

$$M_A' = M_A - \alpha' \cdot Z \cdot f = 1440750 - 0{,}283 \cdot 6279 \cdot 577 = +\ 415446 \text{ Kg cm}$$

$$M_B' = M_B + V \cdot Z \cdot f = -\ 1782875 + 0{,}317 \cdot 6279 \cdot 577 = -\ 634390 \text{ Kg cm}$$

$$M_C' = M_C - W \cdot Z \cdot f = 629659 - 0{,}346 \cdot 6279 \cdot 577 = -\ 623893 \text{ Kg cm}$$

$$M_D' = M_D + V \cdot Z \cdot f = -\ 1782875 + 0{,}317 \cdot 6279 \cdot 577 = -\ 634390 \text{ Kg cm}$$

$$M_E' = M_E - \alpha' \cdot Z \cdot f = 1440750 - 0{,}283 \cdot 6279 \cdot 577 = +\ 415446 \text{ Kg cm}$$

La figura 415 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M_B'}{1/2} + \frac{x \cdot M_C'}{1/2} \; ; \quad M_y = \frac{h''}{h} \cdot M_A' + \frac{h'}{h} \cdot M_B'$$

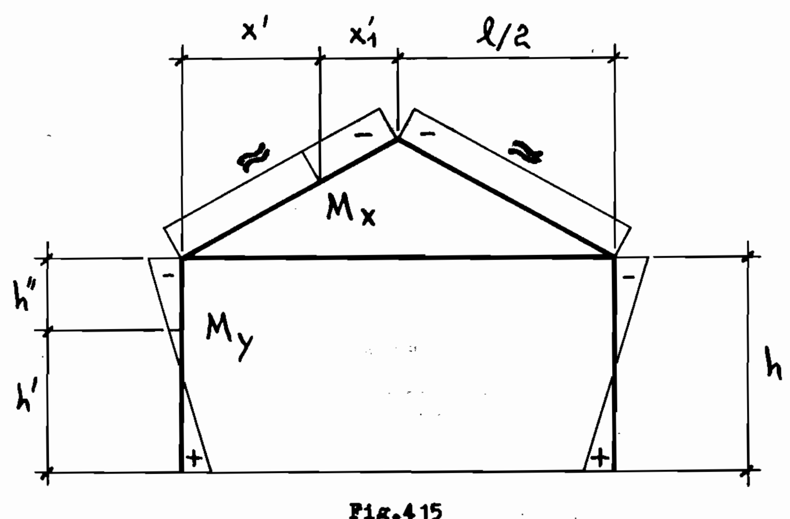



Fig.415

2º Viento sobre la cubierta

Fig.416

Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :

$$M_A = -427507 \text{ Kg cm} \;;\; M_B = +239163 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -91137 \text{ Kg cm} \;;\; M_D = -165965 \text{ Kg cm} \;;\; M_E = +350215 \text{ Kg cm}$$

Esfuerzo de tracción del tirante :

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \dfrac{q_1 \cdot f^2}{4}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{239163 - 165965 - 4 \cdot 91137 + \dfrac{2{,}05 \cdot 577^2}{4}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}442} = 236 \text{ Kg}$$

Momentos del pórtico con tirante :

$$M'_A = M_A - \alpha' \cdot Z \cdot f = - 427507 - 0{,}283 \cdot 236 \cdot 577 = - 466043 \text{ Kg cm}$$

$$M'_B = M_B + V \cdot Z \cdot f = 239163 + 0{,}317 \cdot 236 \cdot 577 = + 282329 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - W \cdot Z \cdot f = - 91137 - 0{,}346 \cdot 236 \cdot 577 = - 138252 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + V \cdot Z \cdot f = - 165965 + 0{,}317 \cdot 236 \cdot 577 = - 122799 \text{ Kg cm}$$

$$M'_E = M_E - \alpha' \cdot Z \cdot f = 350215 - 0{,}283 \cdot 236 \cdot 577 = + 311679 \text{ Kg cm}$$

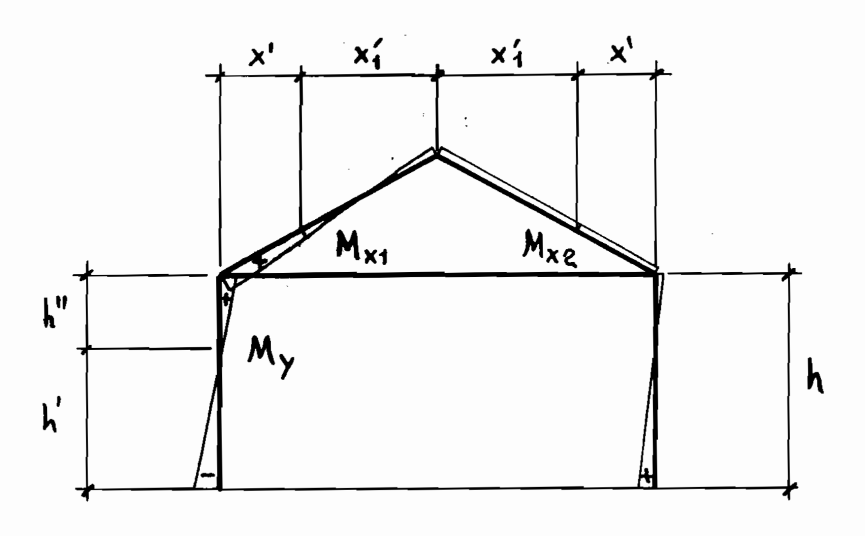



Fig.416

La figura 416 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_y = \frac{h'}{h} \cdot M'_B + \frac{h''}{h} \cdot M'_A \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M'_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M'_D$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x'_1}{(1/2)^2} + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M'_B + \frac{x'}{1/2} \cdot M'_C$$

3º Viento sobre el muro vertical

Fig.386

Los valores obtenidos en el ejemplo "b", no cambian en este caso por la colocacion del tirante, por lo tanto tendremos :

$$M_A = M'_A = -1190515 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_B = M'_B = +370064 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = M'_C = -183119 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = M'_D = -129602 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = M'_E = +389819 \text{ Kg cm}$$

4º Dilatación térmica

Fig.387

Las fórmulas para hallar los momentos que se producen, por la dilatación térmica, podrán valer las mismas que en el ejemplo "b", ya que los momentos son muy pequeños.

Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H'_A = H'_E = H_A - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z = 3223 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 6279 = +1076 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = +8500 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H'_A = H_A - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z = -666 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 236 = -746 \text{ Kg}$$

$$H'_E = H_E - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z = 516 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 236 = +436 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -371 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +371 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H'_A = H_A = -3641 \text{ Kg} \quad ; \quad H'_E = H_E = +519 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -249 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +249 \text{ Kg}$$

# R e s u m e n

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de- las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, - con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado- que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se - producirán estos en el otro lado.

| C a s o | $M'_A$ | $M'_B$ | $M'_C$ | $M'_D$ | $M'_E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 415446 | - 634390 | - 623893 | - 634390 | + 415446 |
| 2º | - 466043 | + 282329 | - 138252 | - 122799 | + 311679 |
| 3º | - 1190515 | + 370064 | - 183119 | - 129602 | + 389819 |
| Suma algebraica | - 1241112 | + 18003 | - 945264 | - 886791 | + 1116944 |
| Para cálculo | - 1241112 | - 634390 | - 945264 | - 886791 | + 1116944 |

| C a s o | $H'_A$ | $H'_E$ | $V'_A$ | $V'_E$ |
|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1076 | + 1076 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 746 | + 436 | - 371 | + 371 |
| 3º | - 3641 | + 519 | - 249 | + 249 |
| Suma algebraica | - 3311 | + 2031 | + 7880 | + 9120 |
| Para cálculo | - 3311 | + 2031 | + 8500 | + 9120 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no solo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resistir un momento de $M_A' = 1241112$ Kg cm, y una compresión de $V_E' = 9120$ Kg.

Para mayor facilidad de cálculo y como se ha hecho en el ejemplo anterior, se pondrá una viga armada con la altura del alma como la figura 411, para poder apreciar la economia en peso. Como tensión de trabajo admitiremos 1400 Kg/cm2. Con los datos dados anteriormente calcularemos el perfil del pórtico, como a continuación se expone (Fig.417 = perfil del pórtico) :

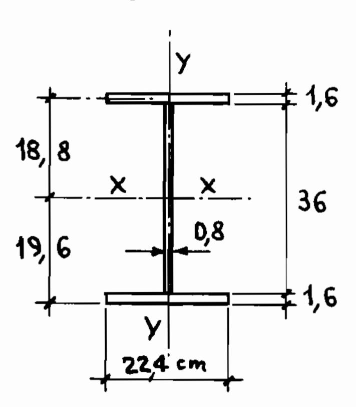



Fig.417

(Se deberán calcular las flechas)

$$I_x = 2\cdot\left(\frac{22,4\cdot 1,6^3}{12} + 1,6\cdot 22,4\cdot 18,8^2\right) + \frac{0,8\cdot 36^3}{12} =$$

$$= 28452 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{28452}{19,6} = 1451 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2\cdot\frac{1,6\cdot 22,4^3}{12} + \frac{36\cdot 0,8^3}{12} = 2998 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{2998}{11,2} = 267 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección } 1,6\cdot 44,8 + 0,8\cdot 36 = 100 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{2998}{100}} = 5,4$$

### C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{5,4} = 185 \;;\omega = 5,78 \text{ (ver pag. 226)} \;;\; T_c = \frac{9120\cdot 5,78}{100} = 527 \text{ Kg/cm}^2$$

### F l e x i ó n

$$T_f = \frac{1241112}{1451} = 855 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 527 + 855 = 1382 \text{ Kg/cm}^2$$

## Cálculo de la sección del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no solo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resistir un momento de $M'_A$ = 1241112 Kg cm, y una compresión de $V'_E$ = 9120 Kg.

Para mayor facilidad de cálculo y como se ha hecho en el ejemplo anterior, se pondrá una viga armada con la altura del alma como la figura 411, para poder apreciar la economia en peso. Como tensión de trabajo admitiremos 1400 Kg/cm2. Con los datos dados anteriormente calcularemos el perfil del pórtico, como a continuación se expone (Fig.417 = perfil del pórtico) :

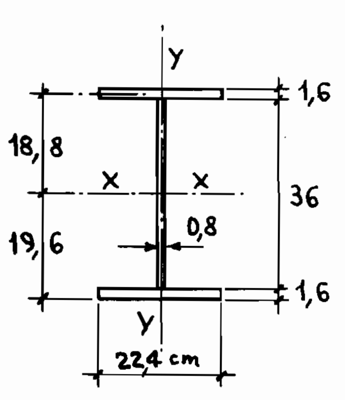



Fig.417

(Se deberán calcular las flechas)

$$I_x = 2\cdot\left(\frac{22{,}4\cdot 1{,}6^3}{12} + 1{,}6\cdot 22{,}4\cdot 18{,}8^2\right) + \frac{0{,}8\cdot 36^3}{12} =$$

$$= 28452 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{28452}{19{,}6} = 1451 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2\cdot\frac{1{,}6\cdot 22{,}4^3}{12} + \frac{36\cdot 0{,}8^3}{12} = 2998 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{2998}{11{,}2} = 267 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección } 1{,}6\cdot 44{,}8 + 0{,}8\cdot 36 = 100 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{2998}{100}} = 5{,}4$$

### Compresión

$$\lambda = \frac{1000}{5{,}4} = 185 \;;\; \omega = 5{,}78 \text{ (ver pag. 226)} \;;\; T_c = \frac{9120\cdot 5{,}78}{100} = 527 \text{ Kg/cm}^2$$

### Flexión

$$T_f = \frac{1241112}{1451} = 855 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 527 + 855 = 1382 \text{ Kg/cm}^2$$

## Tirante del pórtico

Para el cálculo del pórtico pusimos un tirante de redondo de 40 mm. Este redondo tendrá que ser sujetado por otros, que esten unidos al pórtico (ver figura 418).

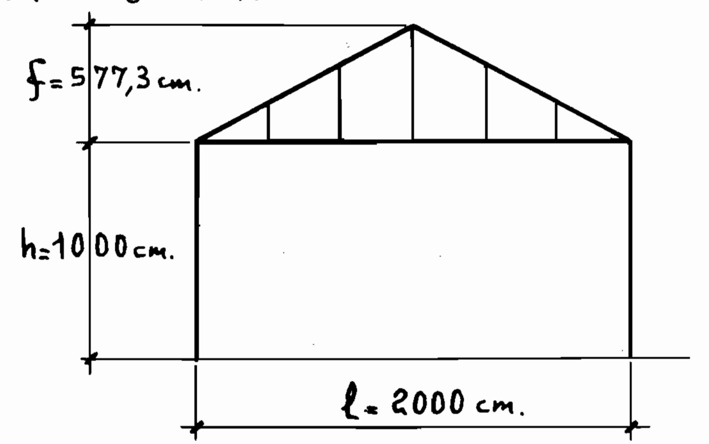



Fig.418

Como se ve por el dibujo, el tirante esta suspendido por 5 puntos, separados 2000 : 6 = 333 cm. El trabajo del tirante, según se calculó anteriormente era de 6279 + 236 = 6515 Kg.

Ahora habrá que ver al momento que está sometido por la flexión. Para ello hallaremos primero el momento resistente, y luego el momento flector. Peso del redondo de 40 mm, 9,8 Kg por metro.

$$R_{\phi} = 0{,}0982 \cdot d^3 = 0{,}0982 \cdot 4^3 = 6{,}34 \text{ cm}^3 \ ; \ Mf = \frac{C \cdot l}{8} = \frac{9{,}8 \cdot 3{,}33 \cdot 333}{8} = 1358 \text{ Kg cm}$$

**Tensión de trabajo del tirante :**

$$T_{to} = \frac{Mf}{R_{\phi}} + \frac{P}{S} = \frac{1358}{6{,}34} + \frac{6515}{12} = 756 \text{ Kg/cm}^2 < 1200 \text{ Kg/cm}^2, \text{ luego admisible}$$

## C o n c l u s i ó n

Comparando el ejemplo anterior "e" de pórtico articulado, con este empotrado se puede ver que en sus secciones (figuras 411 y 417), hay una considerable diferencia. Por lo tanto es preferible hacerlo el pórtico empotrado, que articulado.

También comparandolo éste pórtico con tirante, con el pórtico -- sin él, se puede apreciar otra gran diferencia en sus secciones (figuras 388 y 417), lo cual se deberá tener en cuenta al proyectar el tipo de la nave.

## g) PORTICO ARTICULADO CON TIRANTE EN NAVE CON PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 -(separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 419 y 420. $P_1$ = 14000 Kg, $P_2$ = 7000 Kg. $P_9$ = 1300 Kg de frenado del puente grúa. - $P_{10}$ = 1050 Kg de frenado del puente grúa en el sentido longitudinal a la nave.

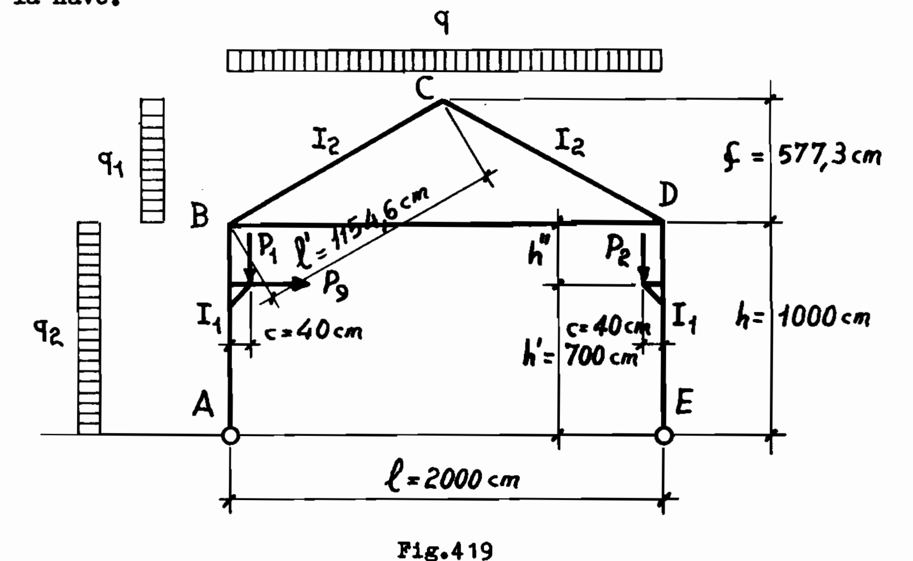



Fig.419

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 420, con una escala menor que las figuras que siguen).

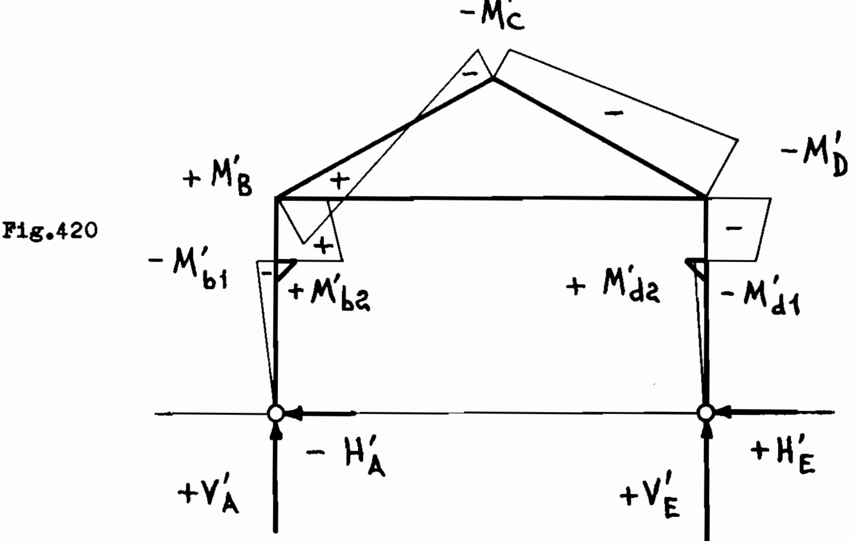



Fig.420

## g) PORTICO ARTICULADO CON TIRANTE EN NAVE CON PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i".Ver figuras 419 y 420. $P_1$ = 14000 Kg, $P_2$ = 7000 Kg. $P_9$ = 1300 Kg de frenado del puente grúa. - $P_{10}$ = 1050 Kg de frenado del puente grúa en el sentido longitudinal a la nave.

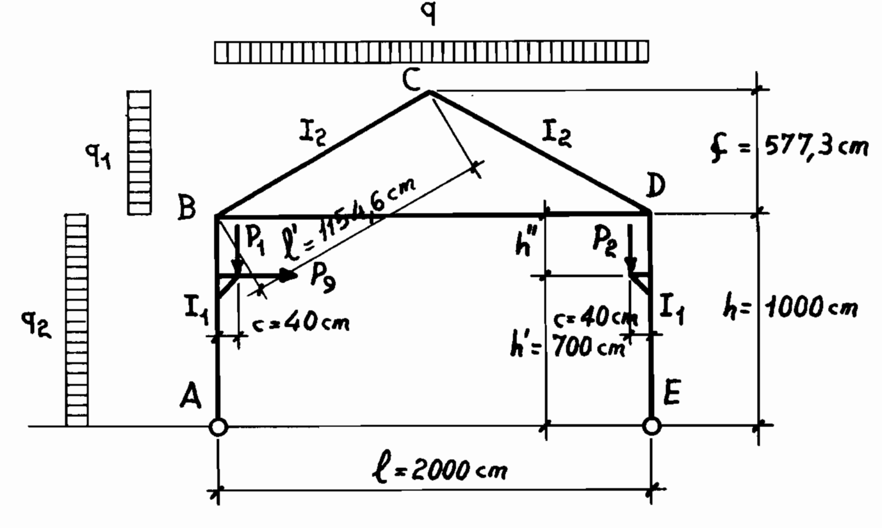



Fig.419

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 420, con una escala menor que las figuras que siguen).

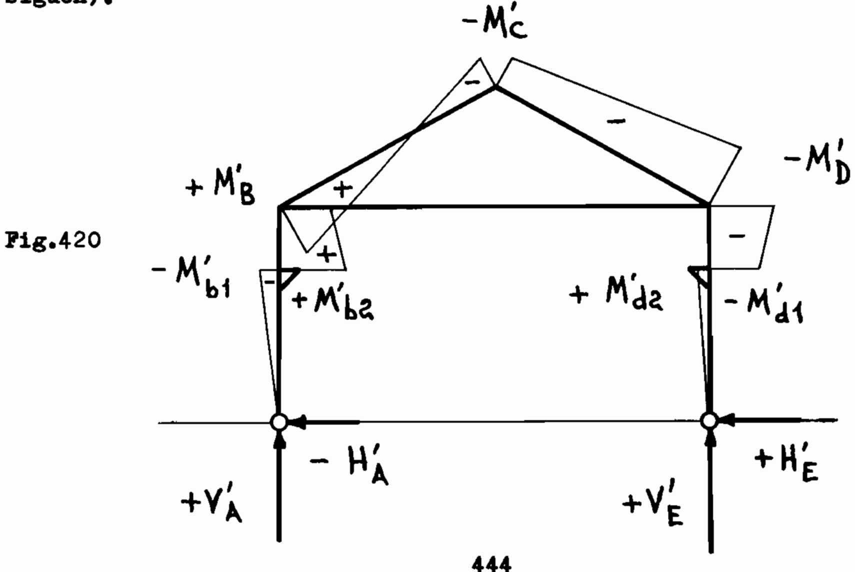



Fig.420

Para el proyecto de este tipo de nave se hará primero el cálculo del pórtico sin tirante (como en el ejemplo "c"), y luego se reducirán los momentos y los esfuerzos como se indicará más adelante. Por lo tanto, tomaremos aqui los datos hallados en el ejemplo anterior, para evitar el calcularlo otra vez.

## Constantes anteriores necesarias

$$B = 5{,}29 \; ; \; N = 11{,}78 \; ; \; C = 4{,}14 \; ; \; I_2 = 119002 \text{ cm}^4$$

$$k = 0{,}86 \; ; \; n = 0{,}57$$

## Constantes nuevas

$$V = \frac{B}{N} = \frac{5{,}29}{11{,}78} = 0{,}449 \; ; \; W = \frac{C}{N} = \frac{4{,}14}{11{,}78} = 0{,}351$$

$$L = \frac{3 \cdot I_2 \cdot l \cdot E}{f^2 \cdot S' \cdot l' \cdot E'} = \frac{3 \cdot 119002 \cdot 2000 \cdot 2100000}{577^2 \cdot 12 \cdot 1154 \cdot 2100000} = 0{,}15$$

$$S' = 1 \, \varnothing \, 40 = 12 \text{ cm}^2$$

$E'$ = Módulo de elasticidad del material del tirante (normalmente el mismo que el pórtico).

$S'$ = Sección en cm$^2$ del tirante.

$I_2$ = Momento de inercia de la parte superior del pórtico.

$$N' = \frac{4 \cdot k + 3}{N} + L = \frac{4 \cdot 0{,}86 + 3}{11{,}78} + 0{,}15 = 0{,}69$$

## 1º Carga sobre la cubierta

Fig.421

Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :

$$M_B = -\,1957236 \text{ Kg cm} \; ; \; M_C = +\,1177140 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = -\,1957236 \text{ Kg cm}$$

**Esfuerzo de tracción del tirante :**

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \frac{q \cdot l^2}{8}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{-1957236 - 1957236 + 4 \cdot 1177140 + \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}69} = 6334 \text{ Kg}$$

**Momentos del pórtico con tirante :**

$$M'_B = M_B + W \cdot Z \cdot f = -1957236 + 0{,}351 \cdot 6334 \cdot 577 = -674431 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + W \cdot Z \cdot f = -1957236 + 0{,}351 \cdot 6334 \cdot 577 = -674431 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - V \cdot Z \cdot f = 1177140 - 0{,}449 \cdot 6334 \cdot 577 = -463828 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{b1} = M'_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M'_B = -\frac{700}{1000} \cdot 674431 = -472101 \text{ Kg cm}$$

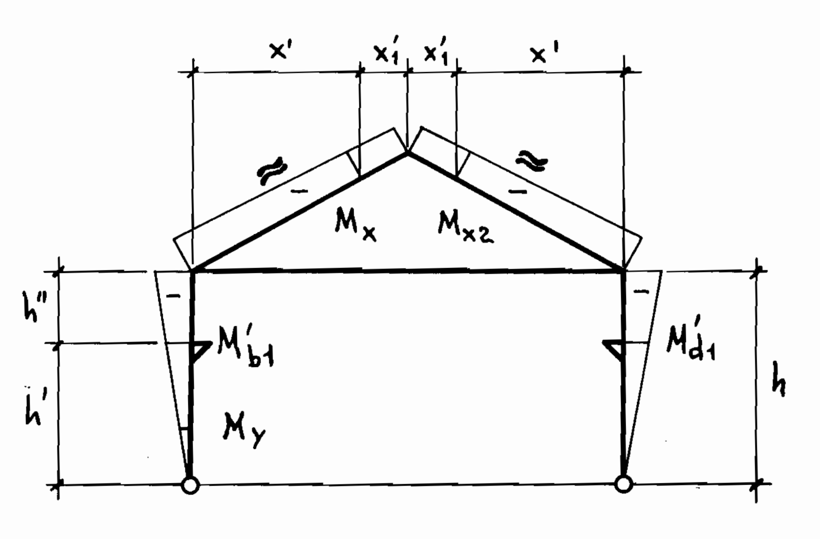



Fig.421

La figura 421 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M'_B}{1/2} + \frac{x \cdot M'_C}{1/2} \quad ; \quad M_y = \frac{h'_x}{h} \cdot M'_B$$

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.422

Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :

$M_B = + 632777$ Kg cm ; $M_D = - 550073$ Kg cm ; $M_C = - 105704$ Kg cm

Esfuerzo de tracción del tirante :

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \frac{q_1 \cdot f^2}{4}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{632777 - 550073 - 4 \cdot 105704 + \frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}69} = 212 \text{ Kg}$$

Momentos del pórtico con tirante :

$$M'_B = M_B + W \cdot Z \cdot f = 632777 + 0{,}351 \cdot 212 \cdot 577 = + 675713 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + W \cdot Z \cdot f = - 550073 + 0{,}351 \cdot 212 \cdot 577 = - 507137 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - V \cdot Z \cdot f = - 105704 - 0{,}449 \cdot 212 \cdot 577 = - 160627 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{b2} = \frac{h'}{h} \cdot M'_B = \frac{700}{1000} \cdot 675713 = + 472999 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{d1} = \frac{h'}{h} \cdot M'_D = - \frac{700}{1000} \cdot 507137 = - 354995 \text{ Kg cm}$$

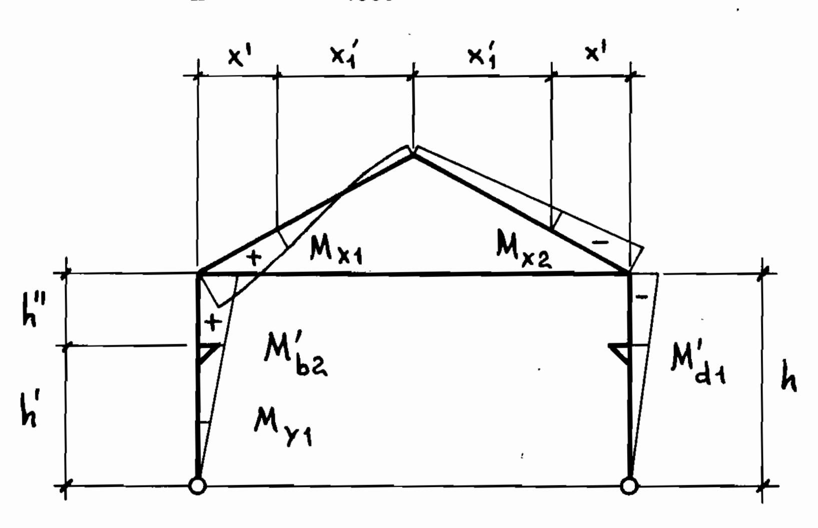



Fig.422

La figura 422 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x'_1}{(l/2)^2} + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M'_B + \frac{x'}{l/2} \cdot M'_C$$

$$M_{x2} = \frac{x'}{l/2} \cdot M'_C + \frac{x'_1}{l/2} \cdot M'_D \quad ; \quad M_{y1} = \frac{h'_x}{h} \cdot M'_B$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.393

Los valores obtenidos en el ejemplo "c" no cambiarán en este caso, por la colocación del tirante, por lo tanto tendremos :

$$M_B = M'_B = + 1207960 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = M'_D = - 872040 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = M'_C = - 329102 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_{b2} = M'_{b2} = + 1282372 \text{ Kg cm}$$

$$M_{d1} = M'_{d1} = - 610428 \text{ Kg cm}$$

## 4º Puente grúa carga vertical

Fig.394

Tampoco cambián en este caso los valores de los valores de los momentos, con respecto al ejemplo "c" por el tirante, por lo tanto tendremos :

$M_{b1} = M'_{b1} = M''_{d1} = -225204$ Kg cm ; $M_{b2} = M'_{b2} = M''_{d2} = +334796$ Kg cm

$M_B = M'_B = M''_D = +238280$ Kg cm ; $M_C = M'_C = -85100$ Kg cm

$M_D = M'_D = M''_B = -41720$ Kg cm; $M_{d1} = M'_{d1} = M''_{b1} = -225204$ Kg cm

$M_{d2} = M'_{d2} = M''_{b2} = +547996$ Kg cm

## 5º Frenado del puente gúa (fuerza horizontal)

Fig.395

Estos momentos tampoco cambián con respecto al ejemplo "c", por el tirante, por lo tanto tendremos :

Sentido transversal a la nave

$M_D = M'_D = M''_D = -364231$ Kg cm ; $M_B = M'_B = M''_B = +545769$ Kg cm

$M_C = M'_C = -116852$ Kg cm ; $M_{b2} = M'_{b2} = M''_{b2} = +382038$ Kg cm

$M_{d1} = M'_{d1} = M''_{d1} = -254961$ Kg cm

Sentido longitudinal a la nave

$M_{B1} = M'_{B1} = M'_{D1} = +245000$ Kg cm ; $M_{b3} = M'_{b3} = M'_{d3} = +245000$ Kg cm

## 6º Dilatación térmica

Fig.396

Las fórmulas para hallar los momentos que se producen, por la dilatación térmica, podrán valer las mismas que en el ejemplo "c", ya que los momentos son muy pequeños.

Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H'_A = H'_E = H_A - n \cdot W \cdot Z = 1957 - 0{,}57 \cdot 0{,}351 \cdot 6334 = +\ 690 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = +\ 8500 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +\ 8500 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H'_A = H_A - n \cdot W \cdot Z = -\ 632 - 0{,}57 \cdot 0{,}351 \cdot 212 = -\ 706 \text{ Kg}$$

$$H'_E = H_E - n \cdot W \cdot Z = +\ 550 - 0{,}57 \cdot 0{,}351 \cdot 212 = +\ 476 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -\ 759 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +\ 759 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H'_A = H_A = -\ 3288 \text{ Kg} \quad ; \quad H'_E = H_E = +\ 872 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -\ 1040 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = -\ 1040 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 4º (Puente grúa)

$$H_A = H_E = H'_A = H'_E = H''_A = H''_E = +\ 321 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_A = V''_E = +\ 13860 \text{ Kg} \quad ; \quad V_E = V'_E = V''_A = +\ 7140 \text{ Kg}$$

Anclajes en caso 5º (frenado del puente grúa)

Sentido transversal

$$H_A = H'_A = H''_A = -\ 546 \text{ Kg} \quad ; \quad H_E = H'_E = H''_E = +\ 364 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_A = V''_A = -\ 455 \text{ Kg} \quad ; \quad V_E = V'_E = V''_E = +\ 455 \text{ Kg}$$

Sentido longitudinal

$$H_{A1} = H'_{A1} = H'_{E1} = +\ 245 \text{ Kg}$$

## R e s u m e n

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de- las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, - con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él, combinado con el puente grúa o sin él, frenando o sin frenar).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado- que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se - producirán estos en el otro lado.

| C a s o | $M'_{b1}$ | $M''_{b1}$ | $M'_{b2}$ | $M''_{b2}$ | $M'_{b3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 472101 | - 472101 | | | |
| 2º | | | + 472999 | + 472999 | |
| 3º | | | + 1282372 | + 1282372 | |
| 4º | - 225204 | - 225204 | + 334796 | + 54796 | |
| 5º | | | + 382038 | + 382038 | + 245000 |
| Suma algebraica | - 697305 | - 697305 | + 2472205 | + 2192205 | + 245000 |
| Para cálculo | - 697305 | | + 2472205 | | + 245000 |

| C a s o | $M'_{B}$ | $M''_{B}$ | $M'_{B1}$ | $M'_{C}$ | $M'_{D}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 674431 | - 674431 | | - 463828 | - 674431 |
| 2º | + 675713 | + 675713 | | - 160627 | - 507137 |
| 3º | + 1207960 | + 1207960 | | - 329102 | - 872040 |
| 4º | + 238280 | - 41720 | | - 85100 | - 41720 |
| 5º | + 545769 | + 545769 | + 245000 | - 116852 | - 364231 |
| Suma algebraica | + 1993291 | + 1209342 | + 245000 | - 1155509 | - 2459559 |
| Para cálculo | + 1993291 | | + 245000 | - 1155509 | - 2459559 |

| C a s o | $M''_D$ | $M'_{D1}$ | $M'_{d1}$ | $M''_{d1}$ | $M'_{d2}$ | $M''_{d2}$ | $M'_{d3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 674431 | | - 472101 | - 472101 | | | |
| 2º | - 507137 | | - 354995 | - 354995 | | | |
| 3º | - 872040 | | - 610428 | - 610428 | | | |
| 4º | + 238280 | | - 225204 | - 225204 | + 54796 | + 334796 | |
| 5º | - 364231 | + 245000 | - 254961 | - 254961 | | | + 245000 |
| Suma algebraica | - 2179559 | + 245000 | - 1917689 | - 1917689 | + 54796 | + 334796 | + 245000 |
| Para cálculo | | + 245000 | - 1917689 | | | + 334796 | + 245000 |

| C a s o | $H'_A = H''_A$ | $H'_E = H''_E$ | $H'_{A1}$ | $H'_{E1}$ | $V'_A$ | $V''_A$ | $V'_E$ | $V''_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 690 | + 690 | | | + 8500 | + 8500 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 706 | + 476 | | | - 759 | - 759 | + 759 | + 759 |
| 3º | - 3288 | + 872 | | | - 1040 | - 1040 | + 1040 | + 1040 |
| 4º | + 321 | + 321 | | | + 13860 | + 7140 | + 7140 | + 13860 |
| 5º | - 546 | + 364 | + 245 | + 245 | - 455 | - 455 | + 455 | + 455 |
| Suma algebraica | - 3529 | + 2723 | + 245 | + 245 | + 20106 | + 13386 | + 17894 | + 24614 |
| Para cálculo | - 3529 | + 2723 | + 245 | + 245 | + 22360 | | | + 24614 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En este pórtico además de tener en cuenta el momento máximo que-haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta, el viento, y el-pandeo que se produce por lo citado anteriormente, intervendrán en el -cálculo de la sección, todos los momentos y esfuerzos máximos originados por el puente grúa. Deberá resistir por lo tanto, en el caso que se trata aqui, un momento de $M'_{b2}$ = 2472205 Kg cm en el sentido transversal de la nave, y un momento de $M'_{D1}$ = 245000 Kg cm en el sentido longitudinal a la nave. La compresión máxima será de $V''_E$ = 24614 Kg.

Como en los pórticos anteriores se pondrá el perfil, de una viga armada de altura de alma 36 cm. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Cálculo del perfil adecuado (Fig.423 = perfil del pórtico) :

Y
3
19,5
X X
36
1,5
21
3
Y
30 cm

Fig.423

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{30 \cdot 3^3}{12} + 3 \cdot 30 \cdot 19{,}5^2\right) + \frac{1{,}5 \cdot 36^3}{12} =$$

$$= 74412 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{74412}{21} = 3448 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2 \cdot \frac{3 \cdot 30^3}{12} + \frac{36 \cdot 1{,}5^3}{12} = 13510 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{13510}{19{,}5} = 692 \text{ cm}^3$$

(Se deberán calcular las flechas)

$$\text{Sección} = 3 \cdot 60 + 1{,}5 \cdot 36 = 234 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{13510}{234}} = 7{,}6$$

### C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{7{,}6} = 131 \; ; \omega = 2{,}90 \text{ (ver pag.226)} \; ; \; T_c = \frac{24614 \cdot 2{,}90}{234} = 305 \text{ Kg/cm}^2$$

### F l e x i ó n

$$T_f = \frac{2472205}{3448} + \frac{245000}{692} = 1070 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión de trabajo total

$$T_{to} = 305 + 1070 = 1375 \text{ Kg/cm}^2$$

NOTA: Este pórtico deberá llevar una articulación, que resista tambien-el frenado del puente grúa, en el sentido longitudinal de la nave.

## Tirante del pórtico

Para el cálculo del pórtico pusimos un tirante de redondo de 40 mm. Este redondo tendrá que ser sujetado por otros, que esten unidos al pórtico (ver figura 424).

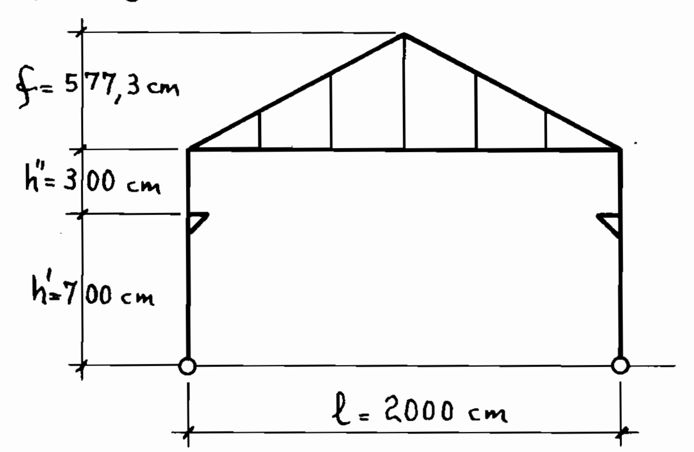



Fig.424

Como se ve por el dibujo, el tirante esta suspendido por 5 puntos, separados 2000 : 6 = 333 cm. El trabajo del tirante, según se calculó anteriormente era de 6334 + 212 = 6546 Kg

Ahora habrá que ver al momento que está sometido por la flexión. Para ello hallaremos primero el momento resistente, y luego el momento flector. Peso del redondo de 40 mm, 9,8 Kg por metro.

$$R_{\phi} = 0{,}0982 \cdot d^3 = 0\ 0982 \cdot 4^3 = 6{,}34 \text{ cm}^3 \ ; \ Mf = \frac{C \cdot 1}{8} = \frac{9{,}8 \cdot 3{,}33 \cdot 333}{8} = 1358 \text{ Kg cm}$$

Tensión de trabajo del tirante :

$$T_{to} = \frac{Mf}{R_{\phi}} + \frac{P}{S} = \frac{1358}{6{,}34} + \frac{6546}{12} = 759 \text{ Kg/cm}^2 < 1200 \text{ Kg/cm}^2, \text{ luego admisible}$$

## Conclusión

Como se puede ver, al poner un tirante se rebaja considerablemente el perfil del pórtico (comparar las figuras 397 y 423), con lo cual se consigue una gran economia, que al proyectar el tipo de nave habrá que tener en cuenta.

## h) PORTICO EMPOTRADO CON TIRANTE EN NAVE CON PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2$ en este cálculo, para otros casos cambiar la constante k, como en el ejemplo "i". Ver figuras 425 y 426. $P_1$ = 14000 Kg, $P_2$ = 7000 Kg. $P_9$ = 1300 Kg de frenado del puente grúa. - $P_{10}$ = 1050 Kg de frenado del puente grúa en el sentido longitudinal a la nave.

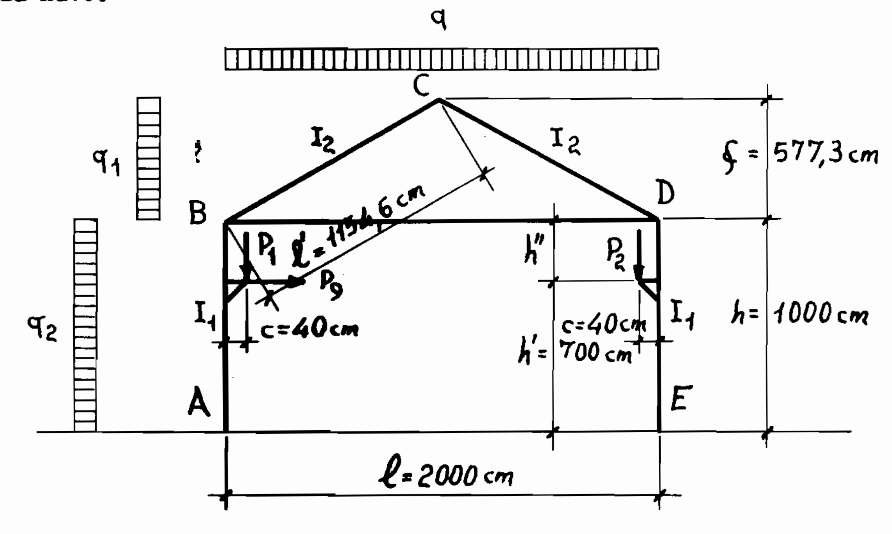
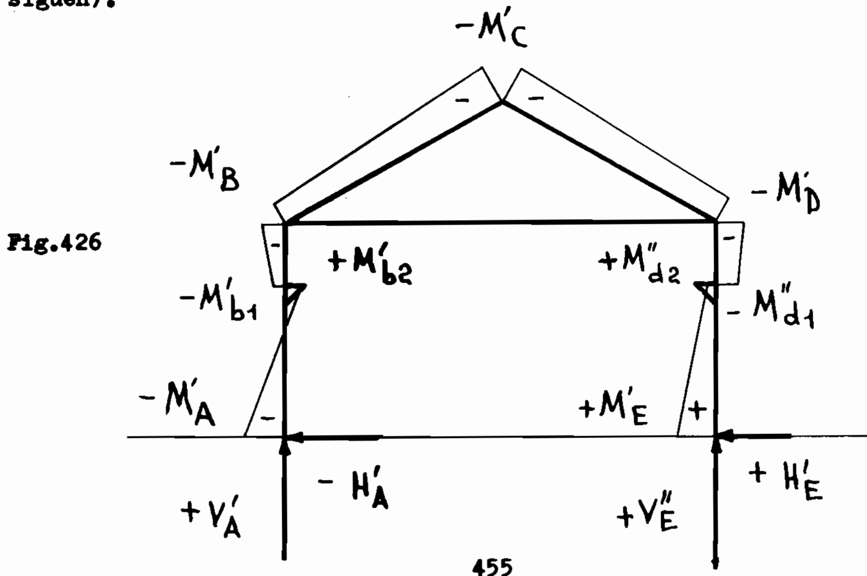



Fig.425

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos en los anclajes.(Los momentos están representados en la figura 426, con una escala menor que las figuras que siguen).

Fig.426



Para el proyecto de este tipo de nave se hará primero el cálculo del pórtico sin tirante (como en el ejemplo "d"), y luego se reducirán los momentos y los esfuerzos como se indicará más adelante. Por lo tanto, tomaremos aquí los datos hallados en el ejemplo anterior, para evitar el calcularlo otra vez.

<u>Constantes anteriores necesarias</u>

$$k = 0,86 \quad ; \quad m = 1,57 \quad ; \quad n = 0,57 \quad ; \quad N_1 = 25,55$$

<u>Constantes nuevas</u>

$$\alpha' = \frac{3 \cdot (m \cdot k + n \cdot k + n)}{N_1} = \frac{3 \cdot (1,57 \cdot 0,86 + 0,57 \cdot 0,86 + 0,57)}{25,55} = 0,283$$

$$V = \frac{6 \cdot m \cdot k}{N_1} = \frac{6 \cdot 1,57 \cdot 0,86}{25,55} = 0,317$$

$$W = \frac{3 \cdot k \cdot (k + 1 + m)}{N_1} = \frac{3 \cdot 0,86 \cdot (0,86 + 1 + 1,57)}{25,55} = 0,346$$

$$L = \frac{3 \cdot I_2 \cdot l \cdot E}{f^2 \cdot S' \cdot l' \cdot E'} = \frac{3 \cdot 96140 \cdot 2000 \cdot 2100000}{577^2 \cdot 12 \cdot 1154 \cdot 2100000} = 0,12$$

$$S' = 1 \, \varnothing \, 40 = 12 \text{ cm}^2$$

$E'$ = Módulo de elasticidad del material del tirante (normalmente el mismo que el pórtico).

$S'$ = Sección en $cm^2$ del tirante.

$I_2$ = Momento de inercia de la parte superior del pórtico.

$$N' = 2 \cdot W - V + L = 2 \cdot 0,346 - 0,317 + 0,12 = 0,495$$

<u>1º Carga sobre la cubierta</u>

Fig.427

Momentos del pórtico sin tirante, que se modifican :

$$M_A = M_E = +\ 1440750 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_B = M_D = -\ 1782875 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = +\ 629659 \text{ Kg cm}$$

Esfuerzo de tracción del tirante :

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \dfrac{q \cdot l^2}{8}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{-\ 1782875 - 1782875 + 4 \cdot 629659 + \dfrac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}495} = 5606 \text{ Kg}$$

Momentos del pórtico con tirante :

$$M'_A = M_A - \alpha' \cdot Z \cdot f = 1440750 - 0{,}283 \cdot 5606 \cdot 577 = +\ 525341 \text{ Kg cm}$$

$$M'_B = M_B + V \cdot Z \cdot f = -\ 1782875 + 0{,}317 \cdot 5606 \cdot 577 = -\ 757488 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - W \cdot Z \cdot f = 629659 - 0{,}346 \cdot 5606 \cdot 577 = -\ 489534 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + V \cdot Z \cdot f = -\ 1782875 + 0{,}317 \cdot 5606 \cdot 577 = -\ 757488 \text{ Kg cm}$$

$$M'_E = M_E - \alpha' \cdot Z \cdot f = 1440750 - 0{,}283 \cdot 5606 \cdot 577 = +\ 525341 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{b1} = M'_{d1} = \frac{h''}{h} \cdot M'_A + \frac{h'}{h} \cdot M'_B = \frac{300}{1000} \cdot 525341 - \frac{700}{1000} \cdot 757488 = -\ 372639 \text{ Kg cm}$$

La figura 427 indica los momentos máximos. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_x = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M'_B}{l/2} + \frac{x \cdot M'_C}{l/2} \quad ; \quad M_y = \frac{h''_x}{h} \cdot M'_A + \frac{h'_x}{h} \cdot M'_B$$

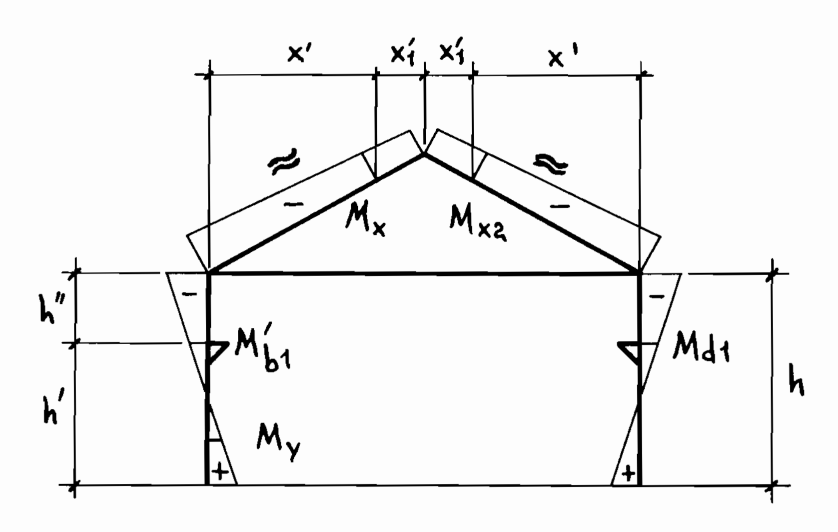



Fig.427

## 2º Viento sobre la cubierta

Fig.428

**Momentos del pórtico sin tirante que se modifican :**

$$M_A = -\ 427507 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_B = +\ 239163 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\ 91137 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = -\ 165965 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_E = +\ 350215 \text{ Kg cm}$$

**Esfuerzo de tracción del tirante :**

$$Z = \frac{M_B + M_D + 4 \cdot M_C + \dfrac{q_1 \cdot f^2}{4}}{2 \cdot f \cdot N'} =$$

$$= \frac{239163 - 165965 - 4 \cdot 91137 + \dfrac{2{,}05 \cdot 577^2}{4}}{2 \cdot 577 \cdot 0{,}495} = 211 \text{ Kg}$$

**Momentos del pórtico con tirante :**

$$M'_A = M_A - \alpha' \cdot Z \cdot f = -427507 - 0,283 \cdot 211 \cdot 577 = -461961 \text{ Kg cm}$$

$$M'_B = M_B + V \cdot Z \cdot f = 239163 + 0,317 \cdot 211 \cdot 577 = +277756 \text{ Kg cm}$$

$$M'_C = M_C - W \cdot Z \cdot f = -91137 - 0,346 \cdot 211 \cdot 577 = -133261 \text{ Kg cm}$$

$$M'_D = M_D + V \cdot Z \cdot f = -165965 + 0,317 \cdot 211 \cdot 577 = -127372 \text{ Kg cm}$$

$$M'_E = M_E - \alpha' \cdot Z \cdot f = 350215 - 0,283 \cdot 211 \cdot 577 = +315761 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{b2} = \frac{h'}{h} \cdot M'_B + \frac{h''}{h} \cdot M'_A = \frac{700}{1000} \cdot 277756 - \frac{300}{1000} \cdot 461961 = +55841 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{d2} = \frac{h'}{h} \cdot M'_D + \frac{h''}{h} \cdot M'_E = -\frac{700}{1000} \cdot 127372 + \frac{300}{1000} \cdot 315761 = +3568 \text{ Kg cm}$$

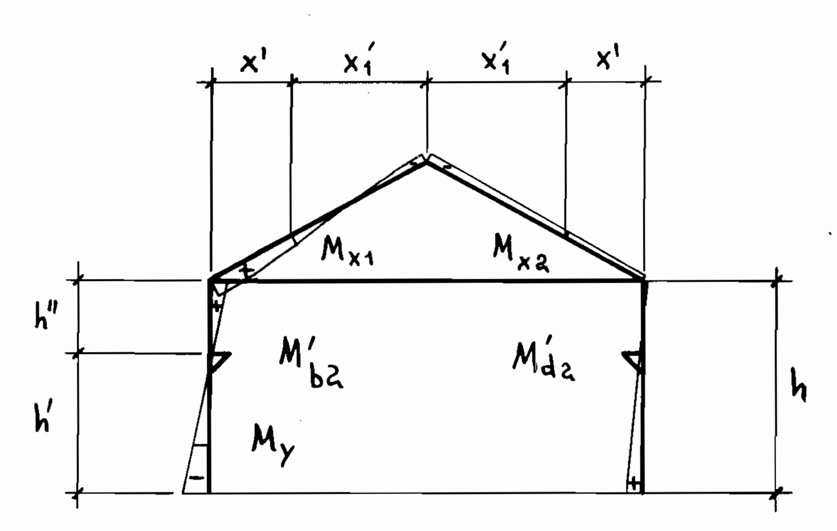



Fig.428

La figura 428 indica los momentos máximos, siendo la curva de unión aproximada. Para la obtención del momento en una zona determinada, se usarán las fórmulas siguientes :

$$M_y = \frac{h'}{h} \cdot M'_B + \frac{h''}{h} \cdot M'_A \quad ; \quad M_{x2} = \frac{x'}{1/2} \cdot M'_C + \frac{x'_1}{1/2} \cdot M'_D$$

$$M_{x1} = \frac{q_1 \cdot f^2}{2} \cdot \frac{x' \cdot x_1'}{(1/2)^2} + \frac{x_1'}{1/2} \cdot M_B' + \frac{x'}{1/2} \cdot M_C'$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

Fig.402

Los valores obtenidos en el ejemplo "d", no cambian en este caso por la colocación del tirante, por lo tanto tendremos :

$M_A = M_A' = -\ 1190515$ Kg cm ; $M_B = M_B' = +\ 370064$ Kg cm

$M_C = M_C' = -\ 183119$ Kg cm ; $M_D = M_D' = -\ 129602$ Kg cm

$M_E = M_E' = +\ 389819$ Kg cm

$M_{b2} = M_{b2}' = +\ 338690$ Kg cm ; $M_{d2} = M_{d2}' = +\ 26224$ Kg cm

## 4º Puente grúa carga vertical

Fig.403

Los valores obtenidos en el ejemplo "d", no cambian en este caso por la colocación del tirante, por lo tanto tendremos :

$M_A = M_A' = M_E'' = -\ 25415$ Kg cm ; $M_{b1} = M_{b1}' = M_{d1}'' = -\ 298096$ Kg cm

$M_{b2} = M_{b2}' = M_{d2}'' = +\ 261904$ Kg cm ; $M_B = M_B' = M_D'' = +\ 145950$ Kg cm

$M_C = M_C' = -\ 146098$ Kg cm ; $M_D = M_D' = M_B'' = +\ 4698$ Kg cm

$M_{d1} = M_{d1}' = M_{b1}'' = -159030$ Kg cm ; $M_{d2} = M_{d2}' = M_{b2}'' = +\ 120970$ Kg cm

$M_E = M_E' = M_A'' = +\ 113333$ Kg cm

## 5º Frenado del puente grúa (fuerza horizontal)

Fig.404

Los valores obtenidos en el ejemplo "d", no cambian en este caso por la colocación del tirante, por lo tanto tendremos :

$$M_A = M'_A = M''_A = -365350 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_B = M'_B = M''_B = +247196 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = M'_C = -352026 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = M'_D = M''_D = -80710 \text{ Kg cm}$$

$$M_E = M'_E = M''_E = +216744 \text{ Kg cm}$$

$$M_{b2} = M'_{b2} = M''_{b2} = +63432 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_{d2} = M'_{d2} = M''_{d2} = +8526 \text{ Kg cm}$$

Los momentos $M'_{B1}$, $M'_{D1}$, $M'_{b3}$ y $M'_{d3}$ son en sentido longitudinal a la nave, y debidos a la fuerza $P'_{10}$ y la $P_{10}$.

$$M'_{B1} = M'_{D1} = P'_{10} \cdot h = 245 \cdot 1000 = +245000 \text{ Kg cm}$$

$$M'_{b3} = M'_{d3} = P_{10} \cdot h' = 350 \cdot 700 = +245000 \text{ Kg cm}$$

## 5º Dilatación térmica

Fig.405

Las fórmulas para hallar los momentos que se producen, por la dilatación térmica, podrán valer las mismas que en el ejemplo "d", ya que los momentos son muy pequeños.

## Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H'_A = H'_E = H_A - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z =$$

$$= 3223 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 5606 = +1306 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = +8500 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +8500 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)

$$H'_A = H_A - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z = -666 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 211 = -738 \text{ Kg}$$

$$H'_E = H_E - n \cdot (\alpha' + V) \cdot Z = +516 - 0{,}57 \cdot (0{,}283 + 0{,}317) \cdot 211 = +444 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -371 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +371 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)

$$H'_A = H_A = -3641 \text{ Kg} \quad ; \quad H'_E = H_E = +519 \text{ Kg}$$

$$V'_A = V_A = -249 \text{ Kg} \quad ; \quad V'_E = V_E = +249 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 4º (Puente grúa)

$$H_A = H_E = H'_A = H'_E = H''_A = H''_E = +388 \text{ Kg}$$

$$V_A = V'_A = V''_E = -13929 \text{ Kg} \quad ; \quad V_E = V'_E = V''_A = +7071 \text{ Kg}$$

## Anclajes en caso 5º (frenado del puente grúa)

$$H_A = H'_A = H''_E = -612 \text{ Kg} \quad ; \quad H_E = H'_E = H''_A = +298 \text{ Kg}$$

$$H_{A1} = H'_{A1} = H'_{E1} = +245 \text{ Kg} \; ; \; V_A = V'_A = V''_A = -163 \text{ Kg} \; ; \; V_E = V'_E = V''_E = +163 \text{ Kg}$$

## R e s u m e n

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavarable para el cálculo (con viento o sin él, combinado con el puente grúa o sin él, frenando o sin frenar).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| Caso | $M'_A$ | $M''_A$ | $M'_{b1}$ | $M''_{b1}$ | $M'_{b2}$ | $M''_{b2}$ | $M'_{b3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 525341 | + 525341 | - 372639 | - 372639 | | | |
| 2º | - 461961 | - 461961 | | | + 55841 | + 55841 | |
| 3º | - 1190515 | - 1190515 | | | + 338690 | + 338690 | |
| 4º | - 25415 | + 113333 | - 298096 | - 159030 | + 261904 | + 120970 | |
| 5º | - 365350 | - 365350 | | | + 63432 | + 63432 | + 245000 |
| **Suma algebraica** | - 1517900 | - 1379152 | - 670735 | - 431669 | + 719867 | + 578933 | + 245000 |
| **Para cálculo** | - 1517900 | | - 670735 | | + 719867 | | + 245000 |

| Caso | $M'_B$ | $M''_B$ | $M'_{B1}$ | $M'_C$ | $M'_D$ | $M''_D$ | $M'_{D1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 757488 | - 757488 | | - 489534 | - 757488 | - 757488 | |
| 2º | + 277756 | + 277756 | | - 133261 | - 127372 | - 127372 | |
| 3º | + 370064 | + 370064 | | - 183119 | - 129602 | - 129602 | |
| 4º | + 145950 | + 4698 | | - 146098 | + 4698 | + 145950 | |
| 5º | + 247196 | + 247196 | + 245000 | - 352026 | - 80710 | - 80710 | + 245000 |
| **Suma algebraica** | + 378042 | + 142226 | + 245000 | - 1407253 | - 995910 | - 949322 | + 245000 |
| **Para cálculo** | - 757488 | | + 245000 | - 1407253 | - 995910 | | + 245000 |

| C a s o | $M'_{d1}$ | $M''_{d1}$ | $M'_{d2}$ | $M''_{d2}$ | $M'_{d3}$ | $M'_E$ | $M''_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | - 372639 | - 372639 | | | | + 525341 | + 525341 |
| 2º | | | + 3568 | + 3568 | | + 315761 | + 315761 |
| 3º | | | + 26224 | + 26224 | | + 389819 | + 389819 |
| 4º | - 159030 | - 298096 | + 120970 | + 261904 | | + 113333 | - 25415 |
| 5º | | | + 8526 | 8526 | + 245000 | + 216744 | + 216744 |
| Suma algebraica | - 531669 | - 670735 | + 159288 | + 300222 | + 245000 | + 1560998 | + 1422250 |
| Para cálculo | | - 670735 | | + 300222 | + 245000 | + 1560998 | |

| C a s o | $H'_A = H''_A$ | $H'_E = H''_E$ | $H'_{A1}$ | $H'_{E1}$ | $V'_A$ | $V''_A$ | $V'_E$ | $V''_E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | + 1306 | + 1306 | | | + 8500 | + 8500 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 738 | + 444 | | | - 371 | - 371 | + 371 | + 371 |
| 3º | - 3641 | + 519 | | | - 249 | - 249 | + 249 | + 249 |
| 4º | + 388 | + 388 | | | + 13929 | + 7071 | + 7071 | + 13929 |
| 5º | - 612 | + 298 | + 245 | + 245 | - 163 | - 163 | + 163 | + 163 |
| Suma algebraica | - 3297 | + 2955 | + 245 | + 245 | + 21646 | + 14788 | + 16354 | + 23212 |
| Para cálculo | - 3297 | + 2955 | | | + 21646 | | | + 23212 |

## Cálculo de la sección del Pórtico

En este pórtico además de tener en cuenta el momento máximo que- haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta, el viento, y el- pandeo que se produce por lo citado anteriormente, intervendrán en el - cálculo de la sección, todos los momentos y esfuerzos máximos originados por el puente grúa. Deberá resistir por lo tanto, en el caso que se trata aqui, un momento de $M'_E$ = 1560998 Kg cm en el sentido transversal- de la nave, y un momento de $M'_{D1}$ = 245000 Kg cm en el sentido longitudinal a la nave. La compresión máxima será de $V''_E$ = 23212 Kg.

Como en los pórticos anteriores se pondrá el pérfil, de una viga armada de altura de alma 36 cm. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Cálculo del perfil adecuado (Fig.429 = perfil del pórtico) :

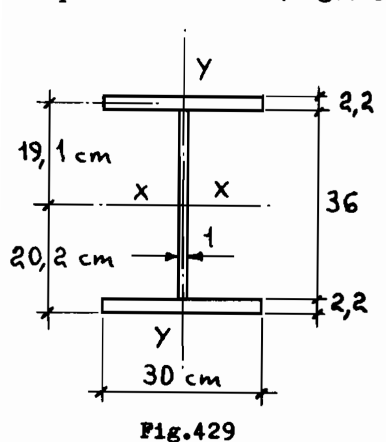



Fig.429

(Se deberán calcular las flechas)

$$I_x = 2\cdot\left(\frac{30\cdot 2{,}2^3}{12} + 2{,}2\cdot 30\cdot 19{,}1^2\right) + \frac{1\cdot 36^3}{12} =$$

$$= 52096 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{52096}{20{,}2} = 2579 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2\cdot\frac{2{,}2\cdot 30^3}{12} + \frac{36\cdot 1^3}{12} = 9903 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{9903}{15} = 660 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 2{,}2\cdot 60 + 1\cdot 36 = 168 \text{ cm}^2 \; ; \; i_y = \sqrt{\frac{9903}{168}} = 7{,}6$$

## C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{7{,}6} = 131 \; ; \omega = 2{,}9 \text{ (ver pag.226)} \; ; \; T_c = \frac{23212\cdot 2{,}9}{168} = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

## F l e x i ó n

$$T_f = \frac{1560998}{2579} + \frac{245000}{660} = 976 \text{ Kg/cm}^2$$

## Tensión de trabajo total

$$T_{to} = 400 + 976 = 1376 \text{ Kg/cm}^2$$

## Tirante del pórtico

Para el cálculo del pórtico pusimos un tirante de redondo de 40 mm. Este redondo tendrá que ser sujetado por otros, que esten unidos al pórtico (ver figura 430).

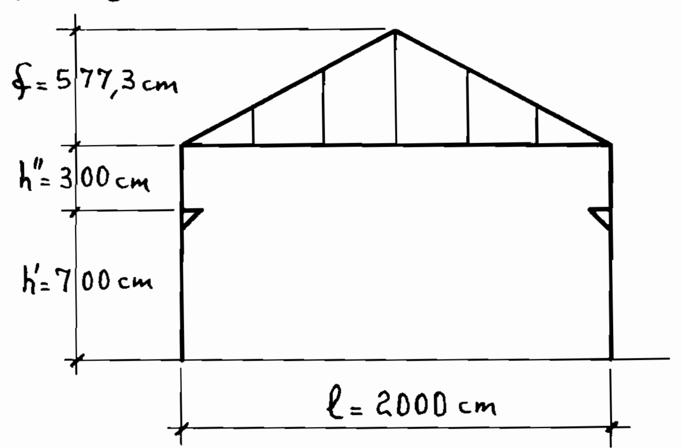



Fig.430

Como se ve por el dibujo, el tirante esta suspendido por 5 puntos, separados 2000 : 6 = 333 cm. El trabajo del tirante, según se calculó anteriormente era de 5606 + 211 = 5817 Kg.

Ahora habrá que ver al momento que está sometido por la flexión. Para ello hallaremos primero el momento resistente, y luego el momento-flector. Peso del redondo de 40 mm, 9,8 Kg por metro.

$$R_{\varnothing} = 0{,}0982 \cdot d^3 = 0{,}0982 \cdot 4^3 = 6{,}34 \text{ cm}^3 \; ; \; Mf = \frac{C \cdot l}{8} = \frac{9{,}8 \cdot 3{,}33 \cdot 333}{8} = 1358 \text{ Kg cm}$$

Tensión de trabajo del tirante :

$$T_{to} = \frac{Mf}{R_{\varnothing}} + \frac{P}{S} = \frac{1358}{6{,}34} + \frac{5817}{12} = 698 \text{ Kg/cm}^2 < 1200 \text{ Kg/cm}^2 \text{, luego admisible}$$

## C o n c l u s i ó n

Comparando el ejemplo anterior "g" de pórtico articulado, con este empotrado se puede ver que en sus secciones (figuras 423 y 429), hay una considerable diferencia. Por lo tanto es preferible hacerlo el pórtico empotrado, que articulado.

También comparandolo éste pórtico con tirante, con el pórtico sin él, se puede apreciar otra grán diferencia en sus secciones (figuras 406 y 429), lo cual se deberá tener en cuenta al proyectar el tipo de la nave.

## i) PORTICO ARTICULADO DE NAVE SIN PUENTE GRUA

Ejemplo de cálculo de un pórtico de una nave con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 - (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2/2$ en este cálculo. Ver figuras - 431 y 432.

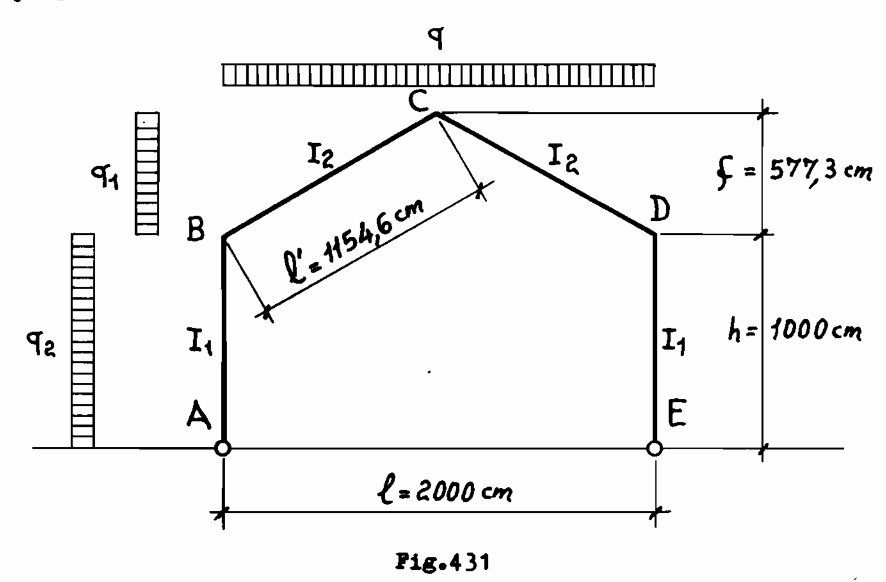
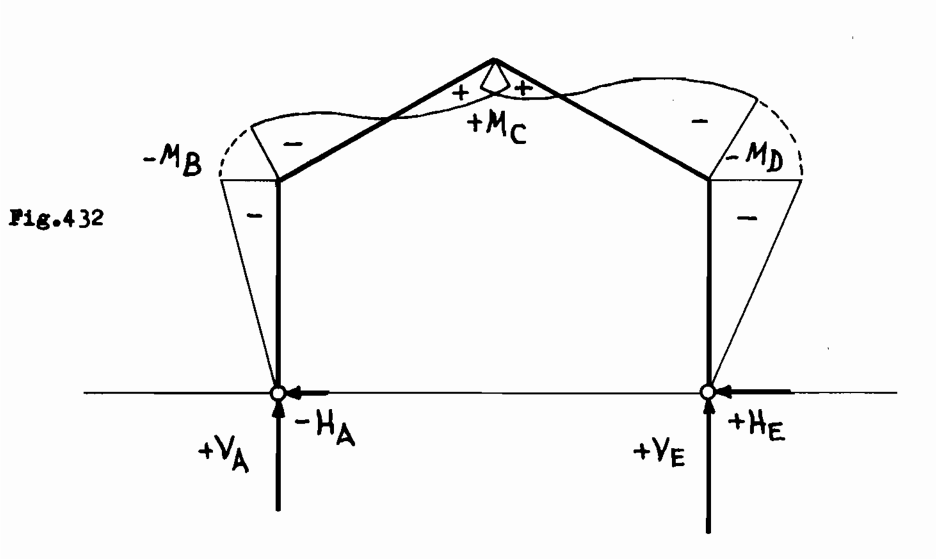



Fig.431

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos de los anclajes. Ver figura 432.

Fig.432



En este ejemplo no se pone la representación de los momentos que hay en los casos de carga 1º, 2º, y 3º, debido a que éstos son similares a los del ejemplo "a".

## C a r g a s

$$q = \frac{11{,}546 \cdot 2 \cdot (93+20) \cdot 6{,}5}{20} = 848 \text{ Kg ml} \approx 8{,}5 \text{ Kg cml}$$

$$q_1 = 125 \cdot 6{,}5 \cdot \text{sen}^2\, 30^\circ = 203{,}1 \text{ Kg ml} \approx 2{,}05 \text{ Kg cml}$$ (ver página 203)

$$q_2 = 0{,}8 \cdot 80 \cdot 6{,}5 = 416 \text{ Kg ml} = 4{,}16 \text{ Kg cml}$$ (ver página 223)

## C o n s t a n t e s

$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1000}{1154} = 0{,}43 \quad ; \quad n = \frac{f}{h} = \frac{577}{1000} = 0{,}57$$

$$m = 1+n = 1+0{,}57 = 1{,}57 \quad ; \quad C = 1+2 \cdot m = 1+2 \cdot 1{,}57 = 4{,}14$$

$$B = 2 \cdot (k+1)+m = 2 \cdot (0{,}43+1)+1{,}57 = 4{,}43$$

$$N = B+m \cdot C = 4{,}43+1{,}57 \cdot 4{,}14 = 10{,}9$$

## 1º Carga sobre la cubierta

$$M_B = M_D = -\frac{q \cdot l^2 \cdot (3+5 \cdot m)}{16 \cdot N} = -\frac{8{,}5 \cdot 2000^2 \cdot (3+5 \cdot 1{,}57)}{16 \cdot 10{,}9} = -2115252 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{8} + m \cdot M_B = \frac{8{,}5 \cdot 2000^2}{8} - 1{,}57 \cdot 2115252 = +929055 \text{ Kg cm}$$

$$x = \frac{l}{4} + \frac{M_C - M_B}{q \cdot l/2} = \frac{2000}{4} + \frac{929055+2115252}{8{,}5 \cdot 1000} = 858 \text{ cm}$$

$$x_1 = 1000 - 858 = 142 \text{ cm}$$

$$M_{max} = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2} + \frac{x_1 \cdot M_B}{1/2} + \frac{x \cdot M_C}{1/2} =$$

$$= \frac{8{,}5 \cdot 858 \cdot 142}{2} - \frac{142 \cdot 2115252}{1000} + \frac{858 \cdot 929055}{1000} = +1014567 \text{ Kg cm}$$

Luego es mayor que $M_C$ y se deberá tener en cuenta para el cálculo.

## 2º Viento sobre la cubierta

$$O_1 = \frac{q_1 \cdot f^2 \cdot (C+m)}{8 \cdot N} = \frac{2{,}05 \cdot 577^2 \cdot (4{,}14 + 157)}{8 \cdot 10{,}9} = 31267$$

$$M_B = O_1 + \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 31267 + \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = +622692 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = O_1 - \frac{q_1 \cdot f \cdot h}{2} = 31267 - \frac{2{,}05 \cdot 577 \cdot 1000}{2} = -560158 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = -\frac{q_1 \cdot f^2}{4} + m \cdot O_1 = -\frac{2{,}05 \cdot 577^2}{4} + 1{,}57 \cdot 31267 = -60287 \text{ Kg cm}$$

## 3º Viento sobre el muro vertical

$$M_B = \frac{q_2 \cdot h^2}{2} + M_D = \frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{2} - 837200 = +1242800 \text{ Kg cm}$$

$$M_D = -\frac{q_2 \cdot h^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (B+C)+k}{N} = -\frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot (4{,}43+4{,}14)+0{,}43}{10{,}9} = -837200 \text{ Kg cm}$$

$$M_C = \frac{q_2 \cdot h^2}{4} + m \cdot M_D = \frac{4{,}16 \cdot 1000^2}{4} - 1{,}57 \cdot 837200 = -274404 \text{ Kg cm}$$

## Anclajes en caso 1º (carga sobre la cubierta)

$$H_A = H_E = \frac{-M_B}{h} = \frac{2115252}{1000} = +2115 \text{ Kg}$$

$$V_A = V_E = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{8,5 \cdot 2000}{2} = +8500 \text{ Kg}$$

<u>**Anclajes en caso 2º (viento sobre la cubierta)**</u>

$$H_A = -\frac{O_1}{h} - \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{31267}{1000} - \frac{2,05 \cdot 577}{2} = -622 \text{ Kg}$$

$$H_E = -\frac{O_1}{h} + \frac{q_1 \cdot f}{2} = -\frac{31267}{1000} + \frac{2,05 \cdot 577}{2} = +560 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = -\frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1,57)}{2 \cdot 2000} = -759 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_1 \cdot f \cdot h \cdot (1+m)}{2 \cdot l} = \frac{2,05 \cdot 577 \cdot 1000 \cdot (1+1,57)}{2 \cdot 2000} = +759 \text{ Kg}$$

<u>**Anclajes en caso 3º (viento sobre el muro vertical)**</u>

$$H_A = -(q_2 \cdot h - H_E) = -4,16 \cdot 1000 + 837 = -3323 \text{ Kg}$$

$$H_E = \frac{-M_D}{h} = \frac{837200}{1000} = +837 \text{ Kg}$$

$$V_A = -\frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = -\frac{4,16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = -1040 \text{ Kg}$$

$$V_E = \frac{q_2 \cdot h^2}{2 \cdot l} = \frac{4,16 \cdot 1000^2}{2 \cdot 2000} = +1040 \text{ Kg}$$

## Resumen

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se producirán estos en el otro lado.

| Caso | $M_B$ | $M_C$ | $M_D$ |
|---|---|---|---|
| 1º | - 2115252 | + 1014567 | - 2115252 |
| 2º | + 622692 | - 60287 | - 560158 |
| 3º | + 1242800 | - 274404 | - 837200 |
| Suma algebraica | - 249760 | + 679876 | - 3512610 |
| Para cálculo | - 2115252 | + 1014567 | - 3512610 |

| Caso | $H_A$ | $H_E$ | $V_A$ | $V_E$ |
|---|---|---|---|---|
| 1º | + 2115 | + 2115 | + 8500 | + 8500 |
| 2º | - 622 | + 560 | - 759 | + 759 |
| 3º | - 3323 | + 837 | - 1040 | + 1040 |
| Suma algebraica | - 1830 | + 3512 | + 6701 | +10299 |
| Para cálculo | + 2115 | + 3512 | + 8500 | +10299 |

## Cálculo de la sección del soporte del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no solo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resistir un momento de $M_D$ = 3512610 Kg cm, y una compresión de $V_E$ = 10 299 Kg.

Para mayor facilidad de cálculo y economia en peso, se pondrá en este ejemplo una viga armada. Como tensión de trabajo admitiremos 1200 Kg/cm2. Con los datos dados anteriormente, calcularemos el perfil del soporte, como a continuación se expone (Figura 433 = perfil soporte) :



Fig.433

$$I_x = 2\cdot\left(\frac{33\cdot 2^3}{12} + 2\cdot 33\cdot 23{,}5^2\right) + \frac{1{,}5\cdot 45^3}{12} =$$

$$= 84330 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{84330}{24{,}5} = 3442 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 2\cdot\frac{2\cdot 33^3}{12} + \frac{45\cdot 1{,}5^3}{12} = 11991 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{11991}{16{,}5} = 726 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 2\cdot 66 + 1{,}5\cdot 45 = 199{,}5 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{11991}{199{,}5}} = 7{,}7\text{cm}$$

### C o m p r e s i ó n

$$\lambda = \frac{1000}{7{,}7} = 129 \; ; \omega = 2{,}81 \text{ (ver pag.226)} \; ; \; T_c = \frac{10299\cdot 2{,}81}{199{,}5} = 145 \text{ Kg/cm}^2$$

### F l e x i ó n

$$T_f = \frac{3512610}{3442} = 1020 \text{ Kg/om}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 145 + 1020 = 1165 \text{ Kg/cm}^2$$

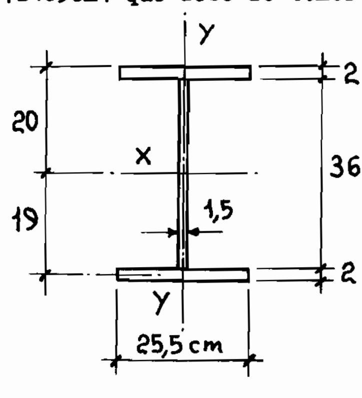
## Cálculo de la sección de la cubierta del Pórtico

Al principio del cálculo, impusimos como condición, que el per-- fil de la cubierta fuera la mitad, del perfil del soporte (ver constan- te "k"). Naturalmente que en el sitio de unión deberá tener el perfil - de la cubierta la misma sección o momento de inercia, por lo tanto, ten dremos que calcular,desde donde habrá que empezar a aumentar la sección del perfil de la cubierta.

El momento de inercia del perfil de la cubierta será :

$$I_x = \frac{\text{Momento de inercia soporte}}{2} = \frac{84330}{2} = 42165 \text{ cm}^4$$

Como perfil de la cubierta, conociendo el momento de inercia de- 42165cm4 que debe de tener, pondremos el siguiente (ver figura 434) :




$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{25,5 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 25,5 \cdot 19^2\right) + \frac{1,5 \cdot 36^3}{12} =$$

$$= 42688 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{42688}{20} = 2134 \text{ cm}^3$$

Fig.434

Para hallar el punto donde deberemos aumentar el perfil de la cu bierta, sacaremos los momentos que hay en 9 sitios diferentes, de cada- uno de los dos lados de la cubierta. Una vez hallados estos valores, se sumarán y nos indicará, donde el momento de inercia es superior, al per fil impuesto.

## 1º Carga sobre la cubierta (lado derecho e izquierdo)

1º) $M_1 = \frac{8,5 \cdot 100 \cdot 900}{2} - \frac{900}{1000} \cdot 2115252 + \frac{100}{1000} \cdot 929055 = -1428321$ Kg cm

2º) $M_2 = \frac{8,5 \cdot 200 \cdot 800}{2} - \frac{800}{1000} \cdot 2115252 + \frac{200}{1000} \cdot 929055 = -826390$ Kg cm

3º) $M_3 = \frac{8,5 \cdot 300 \cdot 700}{2} - \frac{700}{1000} \cdot 2115252 + \frac{300}{1000} \cdot 929055 = -309460$ Kg cm

4º) $M_4 = \frac{8,5 \cdot 400 \cdot 600}{2} - \frac{600}{1000} \cdot 2115252 + \frac{400}{1000} \cdot 929055 = + 122471$ Kg cm

5º) $M_5 = \frac{8,5 \cdot 500 \cdot 500}{2} - \frac{500}{1000} \cdot 2115252 + \frac{500}{1000} \cdot 929055 = + 469401$ Kg cm

6º) $M_6 = \frac{8,5 \cdot 600 \cdot 400}{2} - \frac{400}{1000} \cdot 2115252 + \frac{600}{1000} \cdot 929055 = + 519807$ Kg cm

7º) $M_7 = \frac{8,5 \cdot 700 \cdot 300}{2} - \frac{300}{1000} \cdot 2115252 + \frac{700}{1000} \cdot 929055 = + 908263$ Kg cm

8º) $M_8 = \frac{8,5 \cdot 800 \cdot 200}{2} - \frac{200}{1000} \cdot 2115252 + \frac{800}{1000} \cdot 929055 = + 1000194$ Kg cm

9º) $M_9 = \frac{8,5 \cdot 900 \cdot 100}{2} - \frac{100}{1000} \cdot 2115252 + \frac{900}{1000} \cdot 929055 = + 1007124$ Kg cm

## 2º Viento sobre la cubierta (lado izquierdo)

1º) $M_{1a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{100 \cdot 900}{1000^2} + \frac{900}{1000} \cdot 622692 - \frac{100}{1000} \cdot 60287 = + 585106$ Kg cm

2º) $M_{2a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{200 \cdot 800}{1000^2} + \frac{800}{1000} \cdot 622692 - \frac{200}{1000} \cdot 60287 = + 540696$ Kg cm

3º) $M_{3a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{300 \cdot 700}{1000^2} + \frac{700}{1000} \cdot 622692 - \frac{300}{1000} \cdot 60287 = + 489460$ Kg cm

4º) $M_{4a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{400 \cdot 600}{1000^2} + \frac{600}{1000} \cdot 622692 - \frac{400}{1000} \cdot 60287 = + 431401$ Kg cm

5º) $M_{5a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{500 \cdot 500}{1000^2} + \frac{500}{1000} \cdot 622692 - \frac{500}{1000} \cdot 60287 = + 366516$ Kg cm

6º) $M_{6a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{600 \cdot 400}{1000^2} + \frac{400}{1000} \cdot 622692 - \frac{600}{1000} \cdot 60287 = + 294804$ Kg cm

7º) $M_{7a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{700 \cdot 300}{1000^2} + \frac{300}{1000} \cdot 622692 - \frac{700}{1000} \cdot 60287 = + 216269$ Kg cm

8º) $M_{8a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{800 \cdot 200}{1000^2} + \frac{200}{1000} \cdot 622692 - \frac{800}{1000} \cdot 60287 = + 130909$ Kg cm

9º) $M_{9a} = \frac{2,05 \cdot 577^2}{2} \cdot \frac{900 \cdot 100}{1000^2} + \frac{100}{1000} \cdot 622692 - \frac{900}{1000} \cdot 60287 = + 38723$ Kg cm

## 2º Viento sobre la cubierta (lado derecho)

1º) $M_{1b} = - \frac{100}{1000} \cdot 60287 - \frac{900}{1000} \cdot 560158 = - 510170$ Kg cm

2º) $M_{2b} = - \frac{200}{1000} \cdot 60287 - \frac{800}{1000} \cdot 560158 = - 460183$ Kg cm

3º) $M_{3b} = - \frac{300}{1000} \cdot 60287 - \frac{700}{1000} \cdot 560158 = - 410196$ Kg cm

4º) $M_{4b} = - \frac{400}{1000} \cdot 60287 - \frac{600}{1000} \cdot 560158 = - 360208$ Kg cm

5º) $M_{5b} = - \frac{500}{1000} \cdot 60287 - \frac{500}{1000} \cdot 560158 = - 310222$ Kg cm

6º) $M_{6b} = - \frac{600}{1000} \cdot 60287 - \frac{400}{1000} \cdot 560158 = - 260235$ Kg cm

7º) $M_{7b} = - \frac{700}{1000} \cdot 60287 - \frac{300}{1000} \cdot 560158 = - 210247$ Kg cm

8º) $M_{8b} = - \frac{800}{1000} \cdot 60287 - \frac{200}{1000} \cdot 560158 = - 160260$ Kg cm

9º) $M_{9b} = - \frac{900}{1000} \cdot 60287 - \frac{100}{1000} \cdot 560158 = - 110263$ Kg cm

## 3º Viento sobre el muro (lado izquierdo)

1º) $M_{1c} = \frac{900}{1000} \cdot 1242800 - \frac{100}{1000} \cdot 274404 = + 1091080$ Kg cm

2º) $M_{2c} = \frac{800}{1000} \cdot 1242800 - \frac{200}{1000} \cdot 274404 = + 939360$ Kg cm

3º) $M_{3c} = \frac{700}{1000} \cdot 1242800 - \frac{300}{1000} \cdot 274404 = + 787639$ Kg cm

4º) $M_{4c} = \frac{600}{1000} \cdot 1242800 - \frac{400}{1000} \cdot 274404 = + 635919$ Kg cm

5º) $M_{5c} = \frac{500}{1000} \cdot 1242800 - \frac{500}{1000} \cdot 274404 = + 484198$ Kg cm

6º) $M_{6c} = \frac{400}{1000} \cdot 1242800 - \frac{600}{1000} \cdot 274404 = + 332478$ Kg cm

7º) $M_{7c} = \frac{300}{1000} \cdot 1242800 - \frac{700}{1000} \cdot 274404 = + 180750$ Kg cm

8º) $M_{8c} = \frac{200}{1000} \cdot 1242800 - \frac{800}{1000} \cdot 274404 = + 29037$ Kg cm

9º) $M_{9c} = \frac{100}{1000} \cdot 1242800 - \frac{900}{1000} \cdot 274404 = - 122683$ Kg cm

**4º Viento sobre el muro (lado derecho)**

1º) $M_{1d} = - \frac{100}{1000} \cdot 274404 - \frac{900}{1000} \cdot 837200 = - 780920$ Kg cm

2º) $M_{2d} = - \frac{200}{1000} \cdot 274404 - \frac{800}{1000} \cdot 837200 = - 724640$ Kg cm

3º) $M_{3d} = - \frac{300}{1000} \cdot 274404 - \frac{700}{1000} \cdot 837200 = - 668361$ Kg cm

4º) $M_{4d} = - \frac{400}{1000} \cdot 274404 - \frac{600}{1000} \cdot 837200 = - 612081$ Kg cm

5º) $M_{5d} = - \frac{500}{1000} \cdot 274404 - \frac{500}{1000} \cdot 837200 = - 555802$ Kg cm

6º) $M_{6d} = - \frac{600}{1000} \cdot 274404 - \frac{400}{1000} \cdot 837200 = - 499522$ Kg cm

7º) $M_{7d} = - \frac{700}{1000} \cdot 274404 - \frac{300}{1000} \cdot 837200 = - 443242$ Kg cm

8º) $M_{8d} = - \frac{800}{1000} \cdot 274404 - \frac{200}{1000} \cdot 837200 = - 386963$ Kg cm

$$9^{\circ}) \; M_{9d} = -\frac{900}{1000}\cdot 274404 - \frac{100}{1000}\cdot 837200 = -330683 \text{ Kg cm}$$

## Suma de momentos

Con los valores de los momentos, en 9 sitios distanciados igualmente entre sí, los sumaremos para ver donde el momento es menor del valor 2134 · 1200 = 2560800 Kg cm.

### Lado izquierdo

$M_1 + M_{1a} + M_{1c} = -1428321 + 585106 + 1091080 = +247865$ Kg cm
$M_2 + M_{2a} + M_{2c} = -826390 + 540696 + 939360 = +653666$ Kg cm
$M_3 + M_{3a} + M_{3c} = -309460 + 489460 + 787639 = +967639$ Kg cm
$M_4 + M_{4a} + M_{4c} = +122471 + 431401 + 635919 = +1189791$ Kg cm
$M_5 + M_{5a} + M_{5c} = +469401 + 366516 + 484198 = +1320115$ Kg cm
$M_6 + M_{6a} + M_{6c} = +519807 + 294804 + 332478 = +1147089$ Kg cm
$M_7 + M_{7a} + M_{7c} = +908263 + 216269 + 180750 = +1305282$ Kg cm
$M_8 + M_{8a} + M_{8c} = +1000194 + 130909 + 29037 = +1160140$ Kg cm
$M_9 + M_{9a} + M_{9c} = +1007124 + 38723 - 122683 = +923164$ Kg cm

### Lado derecho

$M_1 + M_{1b} + M_{1d} = -1428321 - 510170 - 780920 = -2719411$ Kg cm
$M_2 + M_{2b} + M_{2d} = -826390 - 460183 - 724640 = -2011213$ Kg cm
$M_3 + M_{3b} + M_{3d} = -309460 - 410196 - 668361 = -1388017$ Kg cm
$M_4 + M_{4b} + M_{4d} = +122471 - 360208 - 612081 = -849818$ Kg cm
$M_5 + M_{5b} + M_{5d} = +469401 - 310222 - 555802 = -396623$ Kg cm
$M_6 + M_{6b} + M_{6d} = +519807 - 260235 - 499522 = -239950$ Kg cm
$M_7 + M_{7b} + M_{7d} = +908263 - 210247 - 443242 = +254774$ Kg cm
$M_8 + M_{8b} + M_{8d} = +1000194 - 160260 - 386963 = +452971$ Kg cm
$M_9 + M_{9b} + M_{9d} = +1007124 - 110263 - 330683 = +566178$ Kg cm

Como en este caso, cuando no hay viento el valor es menor que el de 2560800 Kg cm, se ha hecho la suma algebraica de los momentos con viento. Por la suma de momentos, se ve que en el lado izquierdo, el valor del momento nunca pasa de los 2560800 Kg cm. En el lado derecho ya en el segundo punto el valor és de 2011213 Kg cm, y por lo tanto menor. Esto quiere decir que en este punto, que está a (1154:10) · 2 = 230,8 cm del eje del soporte, se puede empezar a aumentar la sección del perfil de la cubierta hasta llegar a la sección del soporte (ver figura 439).

CONCLUSION : El pórtico sale más económico que el del ejemplo "a", aún cuando el soporte aumenta.

Ejemplo de cálculo de 2 naves, formadas por dos pórticos articulados unidos, con las dimensiones y carga del ejemplo de la página 180, más 20 Kg de peso propio por m2 (separación de formas 6,5 m). $I_1 = I_2/2$ en este cálculo. Ver figuras 435 y 436.

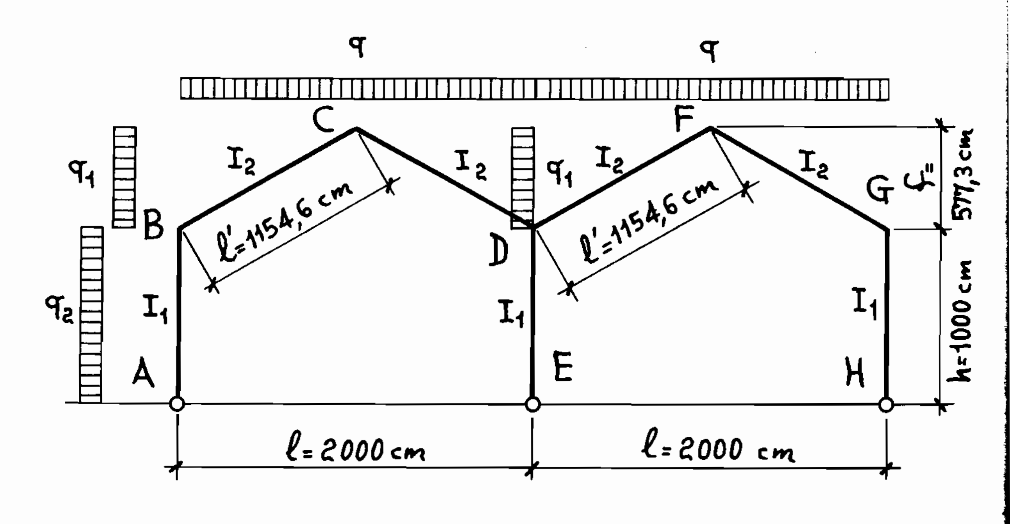



Fig.435

Representación de los momentos máximos de cálculo, con su signo, unidos entre sí, y los esfuerzos de los anclajes. Ver figura 436.

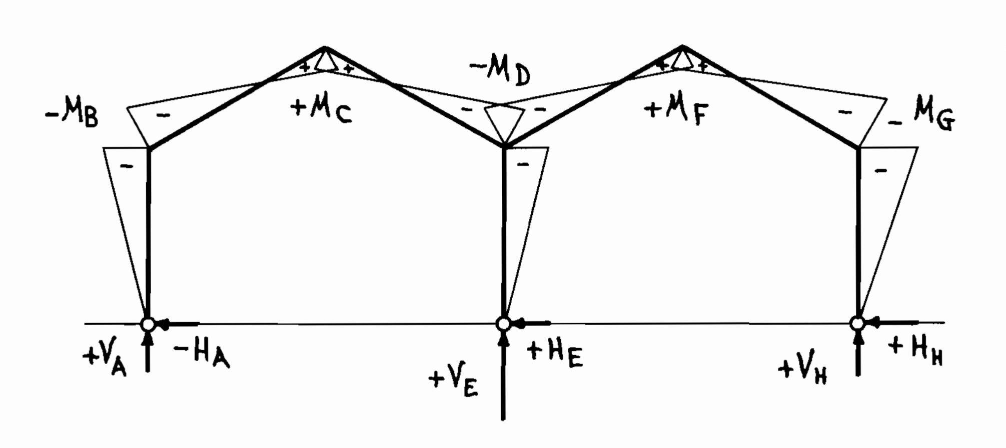



Fig.436

Estos dos pórticos unidos tienen las cargas iguales al ejemplo - "i", por lo tanto no se repetirá el cálculo, y solo se darán los valores obtenidos en el ejemplo anteriormente expuesto. Aqui se tratará solo por lo tanto, de combinar los momentos y esfuerzos hallados, para sacar los valores de cálculo de estas dos naves unidas.

**1º Carga sobre la cubierta**

(Nave izquierda y derecha)

$$M_B = M_D = -2115252 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M'_C = +1014567 \text{ Kg cm}$$

**2º Viento sobre la cubierta**

(Nave izquierda y derecha)

$$M_B = +622692 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = -560158 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_C = -60287 \text{ Kg cm}$$

**3º Viento sobre el muro vertical**

(Solo en nave izquierda)

$$M_B = +1242800 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_D = -837200 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_C = -274404 \text{ Kg cm}$$

**Anclajes en caso 1º (Carga sobre la cubierta)**

(Nave izquierda y derecha)

$$H_A = H_E = +2115 \text{ Kg} \quad ; \quad V_A = V_E = +8500 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 2º (Viento sobre la cubierta )**

(Nave izquierda y derecha)

$$H_A = -622 \text{ Kg} \quad ; \quad H_E = +560 \text{ Kg} \quad ; \quad V_A = -759 \text{ Kg} \quad ; \quad V_E = +759 \text{ Kg}$$

**Anclajes en caso 3º (Viento sobre el muro vertical )**

(Solo en nave izquierda)

$$H_A = -3323 \text{ Kg} \quad ; \quad H_E = +837 \text{ Kg} \quad ; \quad V_A = -1040 \text{ Kg} \quad ; \quad V_E = +1040 \text{ Kg}$$

## R e s u m e n

A continuación se pondrá, un resumen de momentos flectores y de-las fuerzas necesarias de los anclajes para establecer el equilibrio, -con el caso más desfavorable para el cálculo (con viento o sin él).

Para el cálculo se escogerán naturalmente, los valores del lado-que sean máximos, ya que al cambiar el viento en el otro sentido, se -producirán estos en el otro lado.

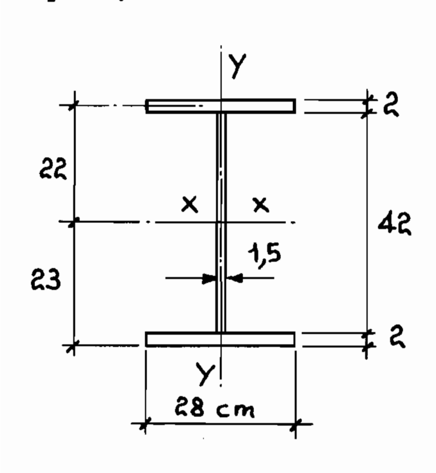
| C a s o | $M_B$ | $M_C$ | $M_D$ | $M_F$ | $M_G$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1ª | - 2115252 | + 1014567 | - 2115252<br>+ 2115252 | + 1014567 | - 2115252 |
| 2ª | + 622692 | - 60287 | - 560158<br>- 622692 | - 60287 | - 560158 |
| 3ª | + 1242800 | - 274404 | - 837200 | ——— | ——— |
| Suma algebraica | - 249760 | + 679876 | - 2020050 | + 954280 | - 2675410 |
| Para cálculo | - 2115252 | + 1014567 | - 3512610 | + 1014567 | - 2675410 |

| C a s o | $H_A$ | $H_E$ | $H_H$ | $V_A$ | $V_E$ | $V_H$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1ª | + 2115 | + 2115<br>- 2115 | + 2115 | + 8500 | + 8500<br>+ 8500 | + 8500 |
| 2ª | - 622 | + 560<br>+ 622 | + 560 | - 759 | + 759<br>- 759 | + 759 |
| 3ª | - 3323 | + 837 | ——— | - 1040 | + 1040 | ——— |
| Suma algebraica | - 1830 | + 2019 | + 2675 | + 6701 | + 18040 | + 9259 |
| Para cálculo | + 2115 | + 2019 | + 2675 | + 8500 | + 18040 | + 9259 |

## Cálculo de la sección de B-A y G-H del Pórtico

En el cálculo de la sección máxima habrá que tener en cuenta, no solo el momento máximo que haya salido por los esfuerzos de carga de la cubierta y el viento, sino tambien el pandeo que se produce debido a lo citado anteriormente. Por lo tanto, en este caso la sección que se necesita, deberá resistir un momento de $M_G$ = 2675410 Kg cm, y una compresión de $V_H$ = 9259 Kg.

Para mayor facilidad de cálculo y economia en peso, se pondrá en este ejemplo una viga armada. Como tensión de trabajo admitiremos 1200 Kg/cm2. Con los datos dados anteriormente, calcularemos el perfil del soporte, como a continuación se expone (Figura 437 = perfil soporte) :




$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{28 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 28 \cdot 22^2\right) + \frac{1{,}5 \cdot 42^3}{12} =$$

$$= 63505 \text{ cm}^4$$

$$R_x = \frac{63505}{23} = 2761 \text{ cm}^3$$

Fig.437

$$I_y = 2 \cdot \frac{2 \cdot 28^3}{12} + \frac{42 \cdot 1{,}5^3}{12} = 7328 \text{ cm}^4$$

$$R_y = \frac{7328}{14} = 523 \text{ cm}^3$$

$$\text{Sección} = 2 \cdot 56 + 1{,}5 \cdot 42 = 175 \text{ cm}^2 \quad ; \quad i_y = \sqrt{\frac{7328}{175}} = 6{,}4$$

### Compresión

$$\lambda = \frac{1000}{6{,}4} = 156 \; ; \omega = 4{,}11 \text{ (ver pag.226)} \; ; T_c = \frac{9259 \cdot 4{,}11}{175} = 217 \text{ Kg/cm}^2$$

### Flexión

$$T_f = \frac{2675410}{2761} = 969 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tensión total a que trabaja el perfil

$$T_{to} = 217 + 969 = 1186 \text{ Kg/cm}^2$$

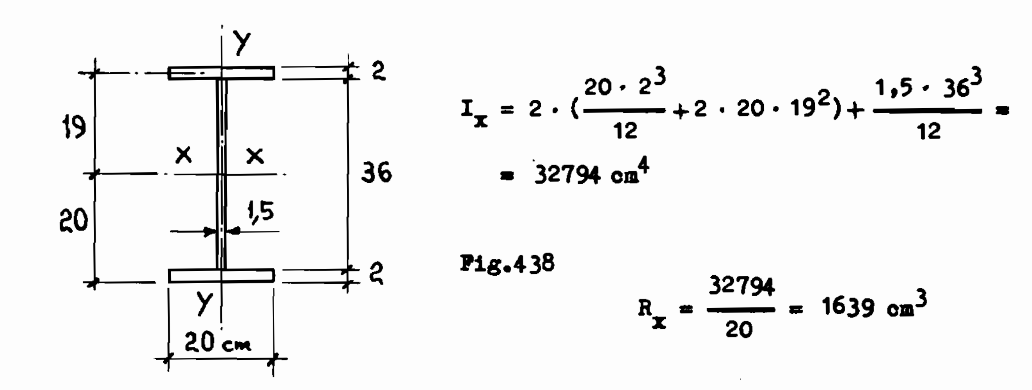
## Cálculo de B-C y F-G de la cubierta

También aquí en este ejemplo, impusimos al principio como condición, que el perfil de la cubierta fuera la mitad del perfil de soporte (ver constante "k" del ejemplo "i"). En el centro de unión de este perfil de la cubierta con el perfil del soporte, deberá haber la misma sección o momento de inercia, por lo tanto, tendremos que calcular desde donde habrá que empezar a aumentar la sección del perfil de la cubierta.

El momento de inercia del perfil de la cubierta será :

$$\frac{\text{Momento de inercia soporte}}{2} = \frac{63505}{2} = 31752 \text{ cm}^4$$

Como perfil de la cubierta, conociendo el momento de inercia de 31752cm4 que debe tener, pondremos el siguiente (ver figura 438) :




$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{20 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 20 \cdot 19^2\right) + \frac{1{,}5 \cdot 36^3}{12} =$$

$$= 32794 \text{ cm}^4$$

Fig.438

$$R_x = \frac{32794}{20} = 1639 \text{ cm}^3$$

Para hallar el punto, donde deberemos aumentar el perfil de la cubierta hasta llegar al perfil del soporte, se procederá como se hizo en el ejemplo "i".

Para calcular el soporte D-E y los perfiles C-D y D-F de la cubierta, se procederá de manera similar (el nudo D se reforzará convenientemente).

## UNION DE LOS PERFILES DE LA CUBIERTA Y EL SOPORTE

A continuación se indica, como se puede unir el perfil de la cubierta con el del soporte. Las figuras 439 y 440 muestran una de las maneras de unir estos dos perfiles, en un pórtico con el perfil de la cubierta menor al del soporte (ejemplo "1").

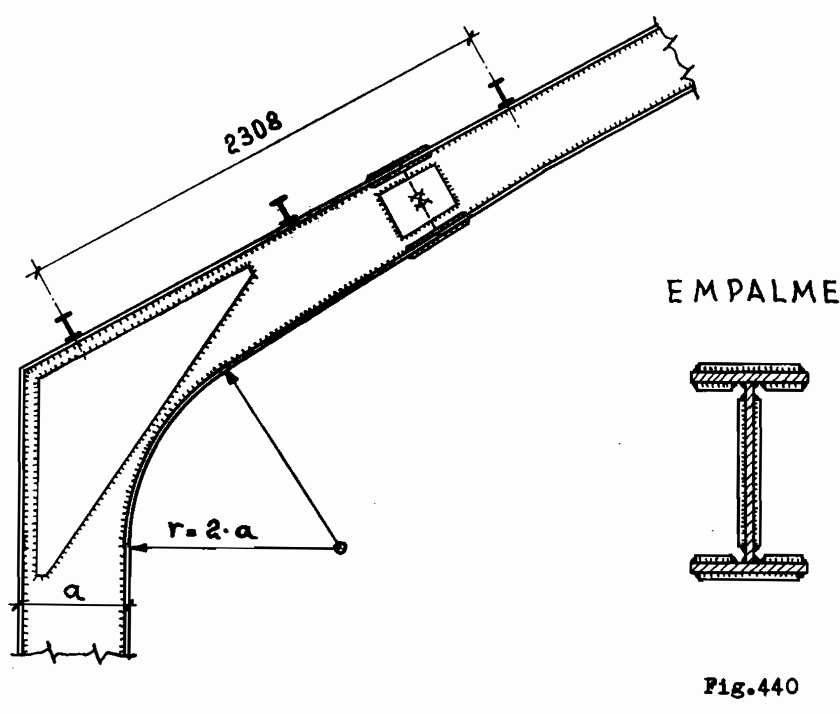



Fig.440

Fig.439

Entre dos correas se puede colocar el empalme, bien sea remachado o soldado, que se calculará con las normas dadas, en su capitulo correspondiente.(El empalme es necesario, para poder transportar el pórtico a la obra).

## BASES DE LOS SOPORTES

Como queda ya dicho anteriormente, hay dos tipos principales de pórticos, los articulados y los empotrados. Por lo tanto, habrá tambien dos tipos de bases.

Las bases de los pórticos articulados, se podrán proyectar, como

se indica en las figuras 441 y 442. Dicha base tiene la ventaja de que dimensionándola convenientemente (pag.93), puede absorver los esfuerzos de vuelco transversales a la nave, debidos al frenado del puente grúa. Para los rodillos se podrán utilizar las fórmulas de la página 61.

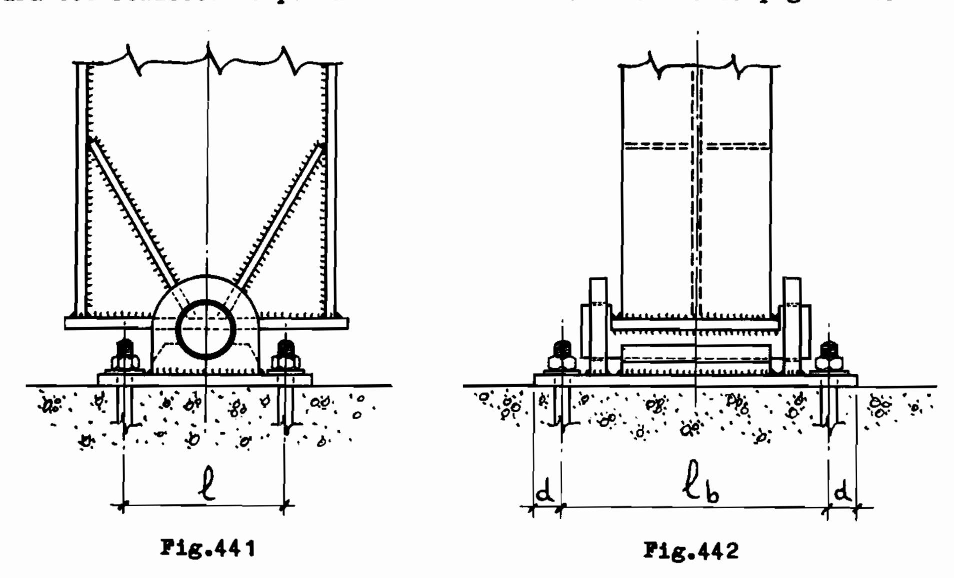



Fig.441

Fig.442

Las bases de los pórticos empotrados, se proyectarán con las dimensiones adecuadas (pag,94), para absorver los esfuerzos de cortadura y tracción de los anclajes. La tracción de los anclajes, será la que salga por el momento habido en cada caso.

Las figuras 443 y 444 muestran una de las formas, de anclar las bases de los pórticos empotrados. Como se ve no difiere nada de las bases de los soportes normales.

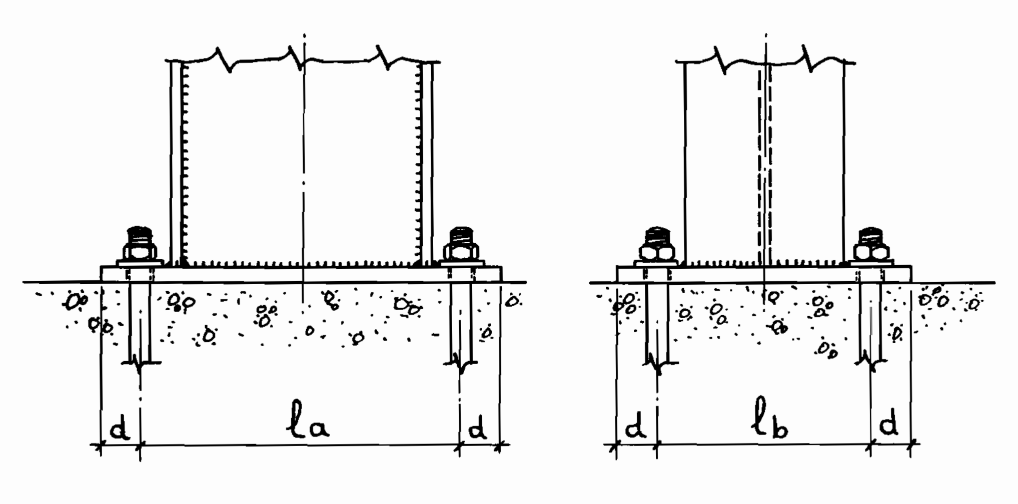



Fig.443

Fig.444

Según el tipo de esfuerzo a que esté sometida la base, así será necesario proyectar ésta. Se podrán tomar por lo tanto para proyectar, las normas que se dan en las páginas 85 y 86.

## Ejemplo de cálculo de la base del pórtico "b"

En este pórtico tenemos un esfuerzo de compresión de 10250 Kg, un esfuerzo de cortadura de 4258 Kg, y un momento en la base de 2180784 Kg cm (valores máximos del pórtico, y soporte 1130 Kg).

La fórmula, para la obtención de la separación mínima de los anclajes, es la siguiente :

$$l = \frac{x \cdot P_c}{4 \cdot a} \cdot \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8 \cdot a}{x \cdot P_c} \cdot \left(2 \cdot \frac{Mf}{P_c} - d\right)} \right]$$

Para "a" tomaremos en este caso 33 cm, y "x" será 0,182, haciendo trabajar a 30 Kg/cm2 al hormigón del fundamento, y a 800 Kg/cm2 el anclaje. Por lo tanto l será :

$$l = \frac{0{,}182 \cdot 10250}{4 \cdot 33} \cdot \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8 \cdot 33}{0{,}182 \cdot 10250} \cdot \left(2 \cdot \frac{2180784}{10250} - 6\right)} \right] \approx 123 \text{ cm}$$

Como con esta medida los anclajes que salen son de mucho diámetro, separaremos los anclajes a 130 cm.

La figura 445 muestra la forma de la base, en este caso concreto. Su acartelamiento se podrá calcular, con las normas que se dieron en la página 95.

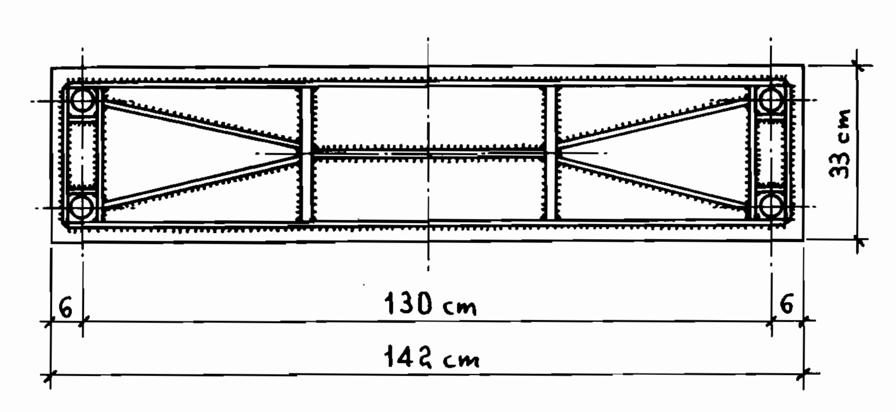



Fig.445

## A N C L A J E S

Para calcular los anclajes de las bases de los pórticos, se podrán utilizar las fórmulas que se dierón en la página 96. Después de haber calculado a tracción los anclajes de un lado de la base, se comprobarán los otros dos de esta misma base a cortadura, al esfuerzo que tenga que soportar, según el caso, para ver si valen (normalmente son admisibles).

### Ejemplo de cálculo de los anclajes del pórtico "b"

Conociendo ya los valores del momento flector, el esfuerzo de compresión y el de cortadura, que quedan dichos ya en el cálculo de la base, asi como la separación de los anclajes (130 cm), podemos proceder a calcularlos.

La fórmula de cálculo, para obtener la tracción de los anclajes, es la siguiente :

$$P = P_c \cdot \left( y \cdot \frac{\frac{Mf}{P_c} + \frac{1}{2}}{1} - 1 \right)$$

"y" = Coeficiente,ver página 97

El coeficiente "y" será en este caso 1,167, haciendo trabajar a 30 Kg/cm2 el hormigón del fundamento, y a 850 Kg/cm2 el anclaje. Por lo tanto P será :

$$P = 10250 \cdot \left( 1,167 \cdot \frac{\frac{2180784}{10250} + \frac{130}{2}}{130} - 1 \right) = 15222 \text{ Kg}$$

Mirando en la tabla de la página 109, nos dará 2 redondos de 39 mm de diámetro. La longitud de los anclajes se calculará, con las fórmulas dadas en la página 98.

La tensión a que trabajan los otros dos anclajes, por la fuerza de cortadura de 4258 Kg, será la siguiente (sección de los 2 Ø 39 =17,2 cm2 ) :

$$T_{cor} = \frac{4258}{17,9} = 238 \text{ Kg/cm}^2 < 700 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto, todavia ampliamente admisible.

## F U N D A M E N T O S

Tampoco el cálculo de los fundamentos difiere de las normas dadas en la página 99. A continuación se calculará un ejemplo, para que se pueda ver la toma de valores, en este caso concreto de pórticos.

### Ejemplo de cálculo del fundamento del pórtico "b"

Como primer dato tenemos una tracción máxima de los anclajes de 15222 Kg, lo cual deberá pesar como mínimo el fundamento (ver página 100). Los otros datos se exponen a continuación :

$Mf_E$ = 2180784 Kg cm ; $V'_E$ = 6025 Kg ; Dimensiones del fundamento según figuras 446 y 447 ; Peso del fundamento = $P_8$ = 16139 Kg ; Peso de la tierra encima del fundamento = $P_7$ = 8422 Kg ; Presión admisible del suelo = 2 Kg/cm$^2$. $V'_E = V_E +$ soporte − nieve. $Mf = M_h = Mf_E + H_E \cdot 210$

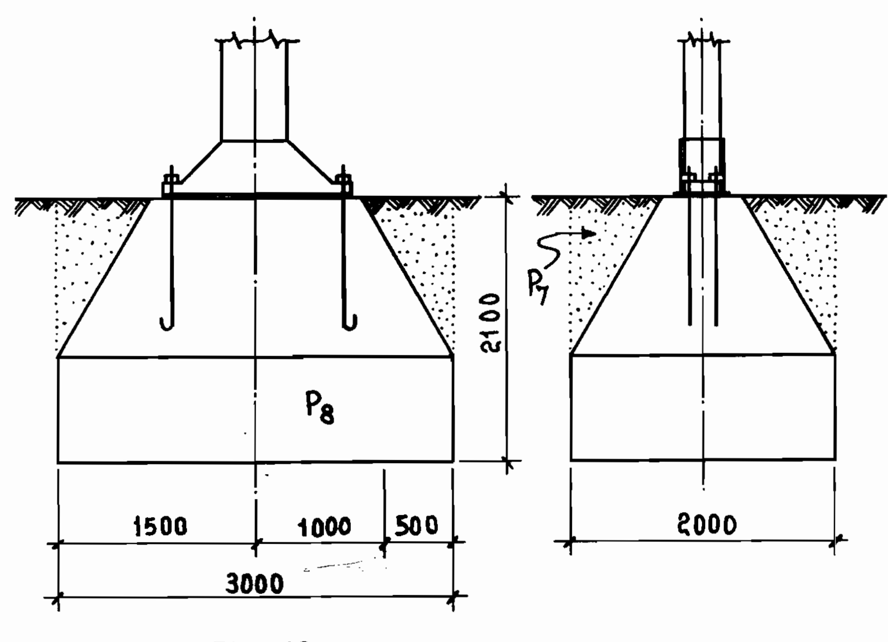



Fig.446 Fig.447

$$P_c = V'_E + P_8 + P_7 = 6025 + 16139 + 8422 = 30586 \text{ Kg}$$

$$n = \frac{Mf}{P_c} = \frac{3074964}{30586} = 100 \text{ cm}$$

$$m = 300 : 2 = 150 \text{ cm} \quad ; \quad \frac{m}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ cm}$$

$$\text{luego } n > \frac{m}{3} \text{ por lo tanto}$$

$$\tilde{n} = m - n = 150 - 100 = 50 \text{ cm}$$

$$\text{Presión del suelo} = \frac{2 \cdot P_o}{3 \cdot \tilde{n} \cdot b} = \frac{2 \cdot 30586}{3 \cdot 50 \cdot 200} = 2,1 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto como sí es superior a 2 Kg/cm2, no admisible.

## Seguridad contra el vuelco

$$M_h = 3074964 \text{ Kg cm} \quad ; \quad M_v = 30586 \cdot 150 = 4587900 \text{ Kg cm}$$

$$\text{Seguridad} = \frac{M_v}{M_h} = \frac{4587900}{3074964} = 1,4$$

No admisible, ya que es inferior a 2. Por lo tanto se aumentará el fundamento.

## F L E C H A

Es necesario calcular las flechas de los soportes y la cubierta, para evitar que el pórtico sea excesivamente poco rígido. Al hacerlo se comprobará que hay que aumentar en muchos casos, los perfiles que han salido por cálculo (principalmente en pórticos con tirante).

# 17 GRUAS MENSULA

# INTRODUCCION

En muchos talleres de Construcciones Metálicas de construcción -pesada, son insuficientes los puentes grúas, y hay que adicionarle a la nave, lateralmente, unas grúas ménsula. Dichas grúas ménsula, mandadas-desde abajo por mando de botonera, servirán para el volteo de las pie--zas pesadas que se arman y se sueldan, y para el transporte a corta distancia (Fig.448).

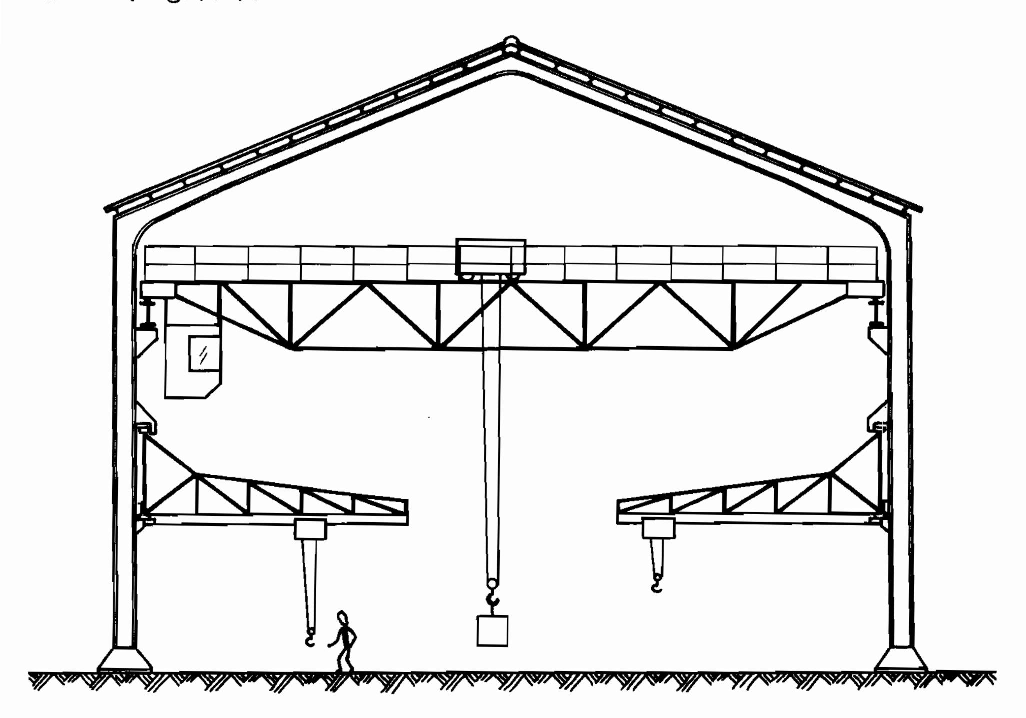


Fig.448

En el centro de la nave quedará un pasillo, donde no llegan las-grúas ménsula. Este pasillo sirve para que pueda pasar la carga de los-puentes grúa, a una altura baja, y sin tropezar con las grúas ménsula.

Estas grúas ménsula llevan un mecanismo para elevar y trasladar-la carga (polipasto), el cual se desplaza por el ala inferior de una -I.PN. Estos Polipastos se compran en el comercio, y los hay para dife--rentes capacidades de elevación. Una vez elegido el de la capacidad adecuada, para la nave donde vaya a ser instalado, se verá por su catálogo sobre que perfil I.PN. se puede desplazar (normalmente varios).

A la grúa ménsula se le tendrá que calcular, el mecanismo adecuado según su capacidad y dimensiones, para el desplazamiento longitudi--nal a la nave.

Uno de los tipos de grúa ménsula, como el que se ha descrito hasta aquí, se puede ver esquemáticamente por las figuras 449, 450 y 451.

La triangulación vertical y la viga de rodadura (fig.450), sirven para la carga vertical, y la triangulación horizontal (fig.451) para el frenado de la grúa ménsula. Las barras "a" de la figura 449 son para sujetar la triangulación horizontal y para la torsión del carril. La fuerza que actúa en el punto "b" (fig.450) se divide en 4, para trasladarse a los dos apoyos superiores, y a los dos inferiores.

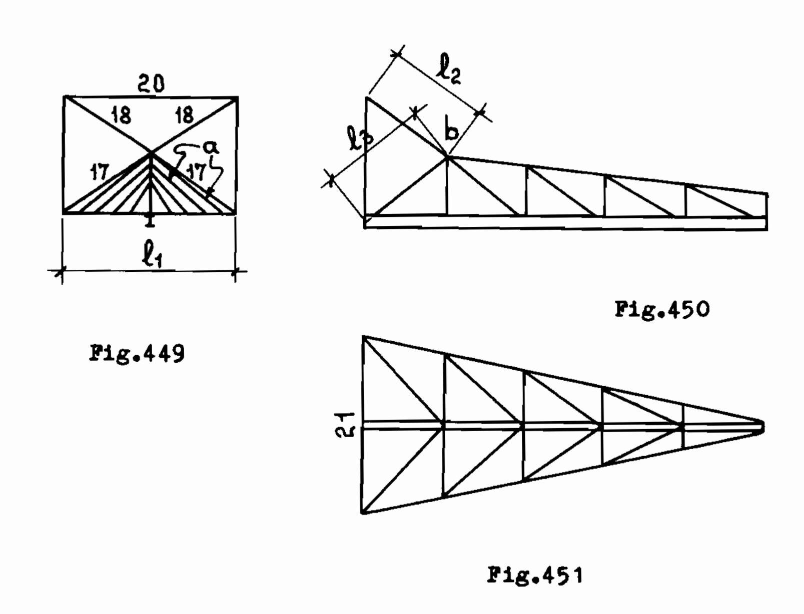



Fig.449

Fig.450

Fig.451

## CALCULO DE LA GRUA MENSULA

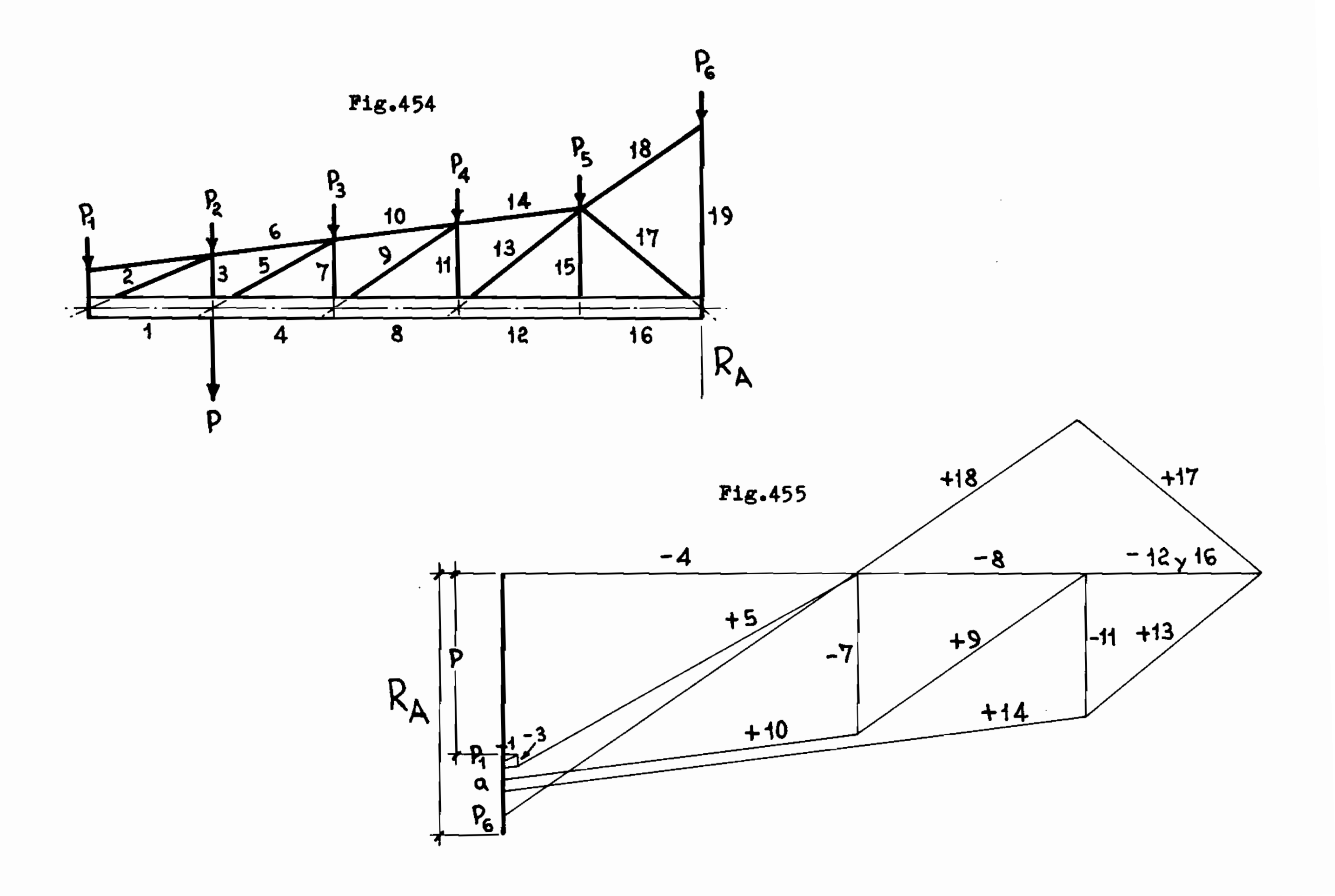
Para el cálculo de la grúa mensula, se podrán utilizar los mismos coeficientes de compensación ( $\psi$ ), y de choque ( $\varphi$ ), que se indican en la página 250.

### Carga vertical

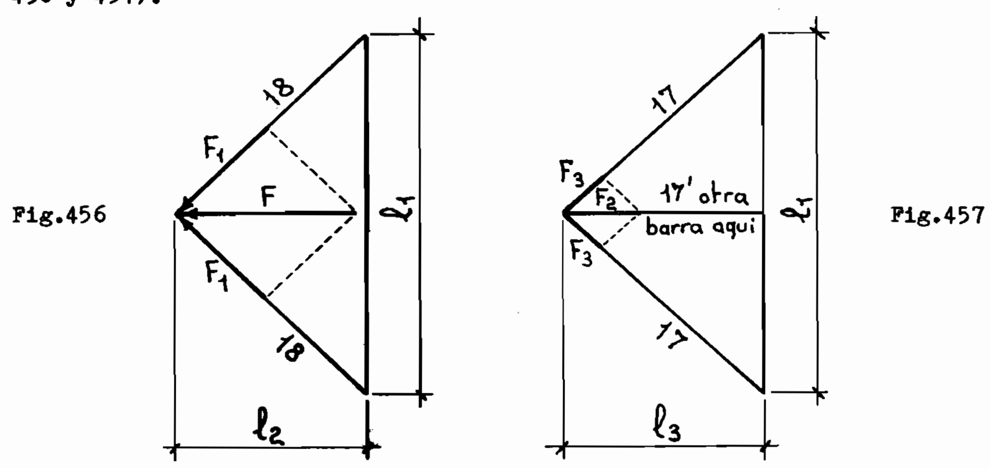
Para el cálculo de los esfuerzos verticales, se podrá utilizar el Cremona. Las figuras 452 y 453 muestran el cálculo de las barras, estando la carga máxima en el extremo. También se puede ver la reacción $R_A$, suma de todas las cargas.

Las fuerzas $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, $P_5$ y $P_6$, se refieren al peso propio de la grúa ménsula.

Al desplazarse la carga hacia la pared, los esfuerzos que se originan en las barras son diferentes (figuras 453 y 455), por lo tanto habrá que hacer un Cremona por cada nudo inferior de la grúa mensula. Una vez se tengan todos, se escogerá para el calculo de cada barra el esfuerzo mayor (ver figuras 456 a 460).

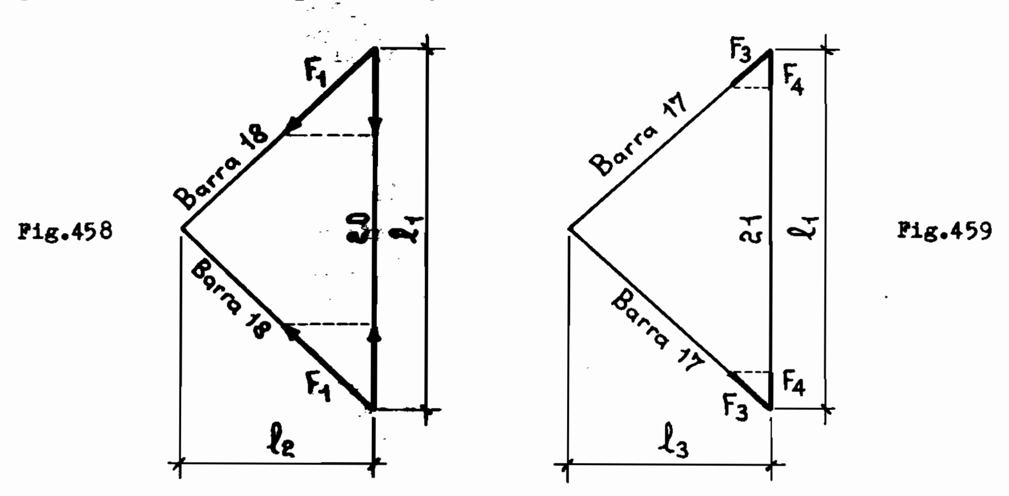

Fig.454
P1
P2
P3
P4
P5
P6
2
3
5
6
7
9
10
11
13
14
15
17
18
19
1
4
8
12
16
P
RA
Fig.455
+18
+17
-4
-8
-12 y 16
+5
-7
+9
-11
+13
+10
+14
RA
P
P1
-1
-3
a
P6

En los diagramas figuras 453 y 455, las fuerzas de las barras 17 y 18, no son las que realmente están solicitadas dichas barras, puesto-que el diagrama es para el plano vertical, y estas barras se abren del-centro hasta llegar a donde están las ruedas (ver figuras 449 y 450). - Por lo tanto calcularemos su valor real, a continuación (ver figuras -- 456 y 457).




Las barras 17 trabajan a compresión o tracción, según en el nudo que esté el polipasto de la grúa ménsula. También deberá haber una ba-- rra 17´entre las dos 17, que sujete a la viga I.PN. en el último tramo, al nudo "b" (ver figura 450). Para el trabajo a que está solicitada la-barra 17´, se podrá poner igual perfil que la barra 13.

Debido a los esfuerzos de las barras 18 y 17, las barras 20 y 21 (ver figuras 549 y 451), están sometidas a compresión la 20, y la 21 a compresión o tracción, según en el nudo que esté el polipasto de la - - grúa ménsula (ver figuras 458 y 459).



La barra 21 tambien está sometida a tracción por el esfuerzo de compresión de la viga donde va el polipasto. Por lo tanto, tomando en - el diagrama figura 453, el esfuerzo de las barras 12 y 16, haremos un - nuevo diagrama, para hallar el esfuerzo de tracción de la barra 21 (ver figura 460).

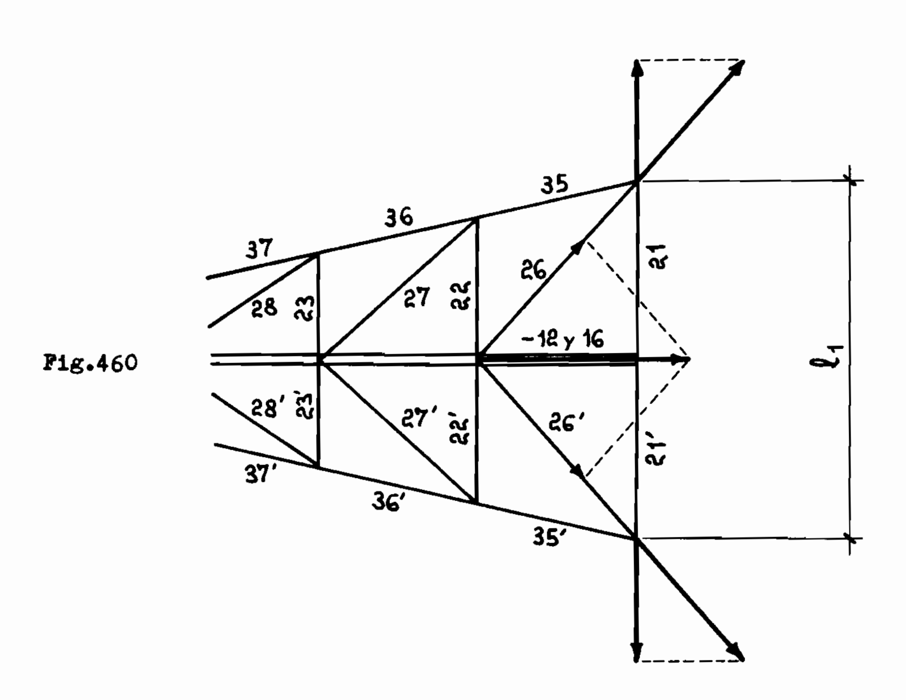



Fig.460

En el marco formado por las barras 19, 20 y 21, se pondrá una - cruz de San Andrés, entre los vertices de unión para darle rigidez. Tambien se pondrá otra barra del eje de la cruz, al centro de la barra 21, para acortar su luz.

## Esfuerzo de frenado

Las figuras 461 y 462, muestrán los esfuerzos a que están sometidas las barras de la triangulación horizontal, por el frenado de la - grúa ménsula, estando la carga máxima en el extremo. Las fuerzas de frenado serán ; la P se dividirá por 14, quedando en P', y las $P_1'$ a $P_6'$ serán las $P_1$ a $P_6$ divididas por 7.

Como ocurre en la carga vertical, aqui al desplazarse la ca hacia la pared, los esfuerzos de las barras cambian también (ver fi ras 463 y 464). Por lo tanto, habrá que hacer un diagrama por cada que haya.

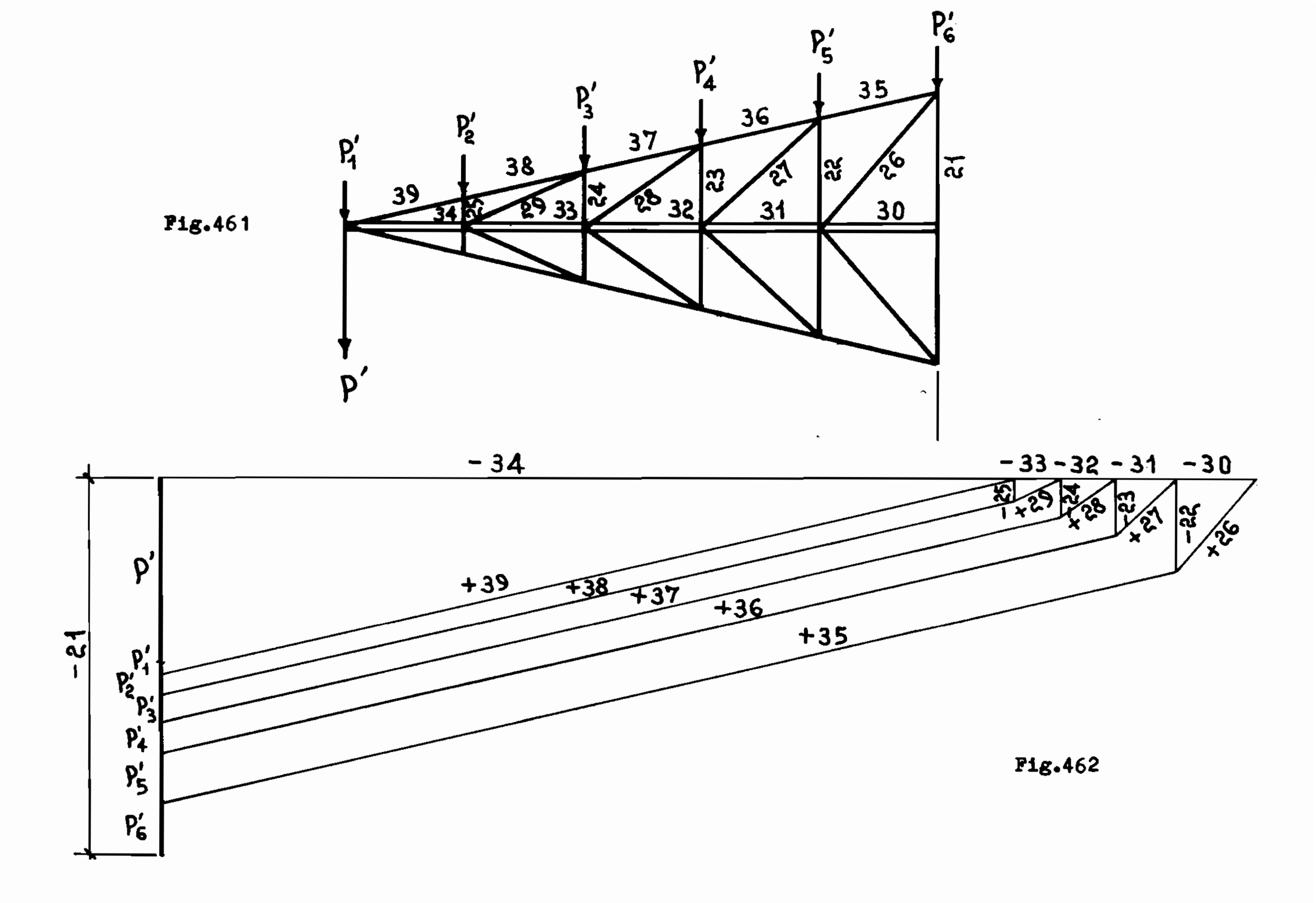



Fig.461

Fig.462

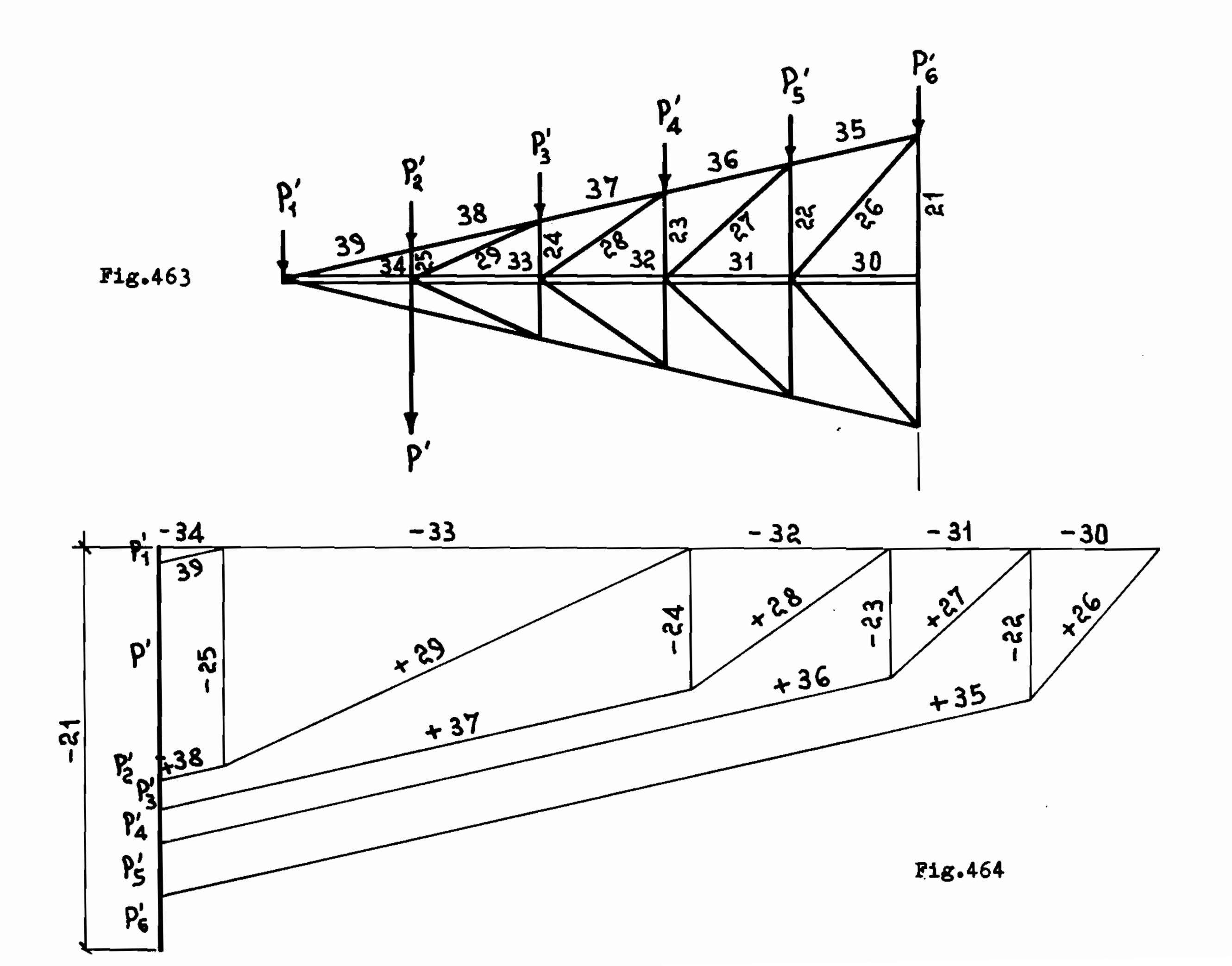



Fig.463

Fig.464

## EJEMPLO DE CALCULO DE UNA GRUA MENSULA

( Anteproyecto)

A continuación se hará el anteproyecto de una grúa ménsula. Las cargas que se ponen en el diagrama del peso propio, serán un valor supuesto aproximado. Una vez se tengan calculado los perfiles con este valor aproximado, se obtendrá el valor real de los perfiles, y se procederá al calculo definitivo. Tensión de trabajo 1400 Kg/cm2. Coeficiente de compensación $\psi$ = 1,4. Las figuras 466 y 481 indican las dimensiones de la grúa ménsula. Polipasto para carga de 3000 Kg,de peso propio 650 Kg.

Como carril para el desplazamiento del polipasto, se pondrá una I.PN. Para evitar el desgaste del ala inferior, sobre la que apoyan las las ruedas del polipasto, se puntearán unas chapas curvadas con plegadora (con el radio adecuado), las cuales se podrán sustituir cuando esten casi gastadas (ver figura 465).

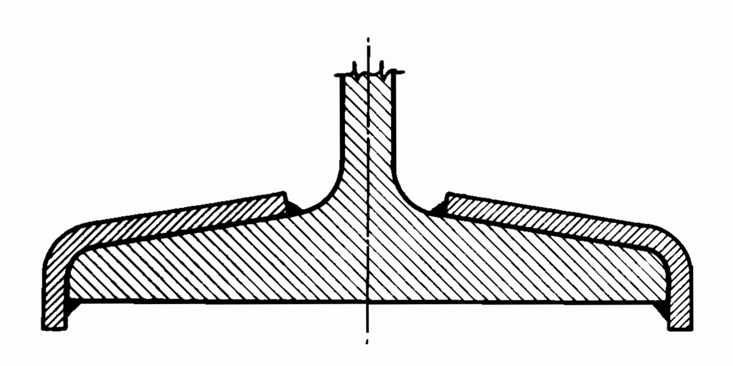
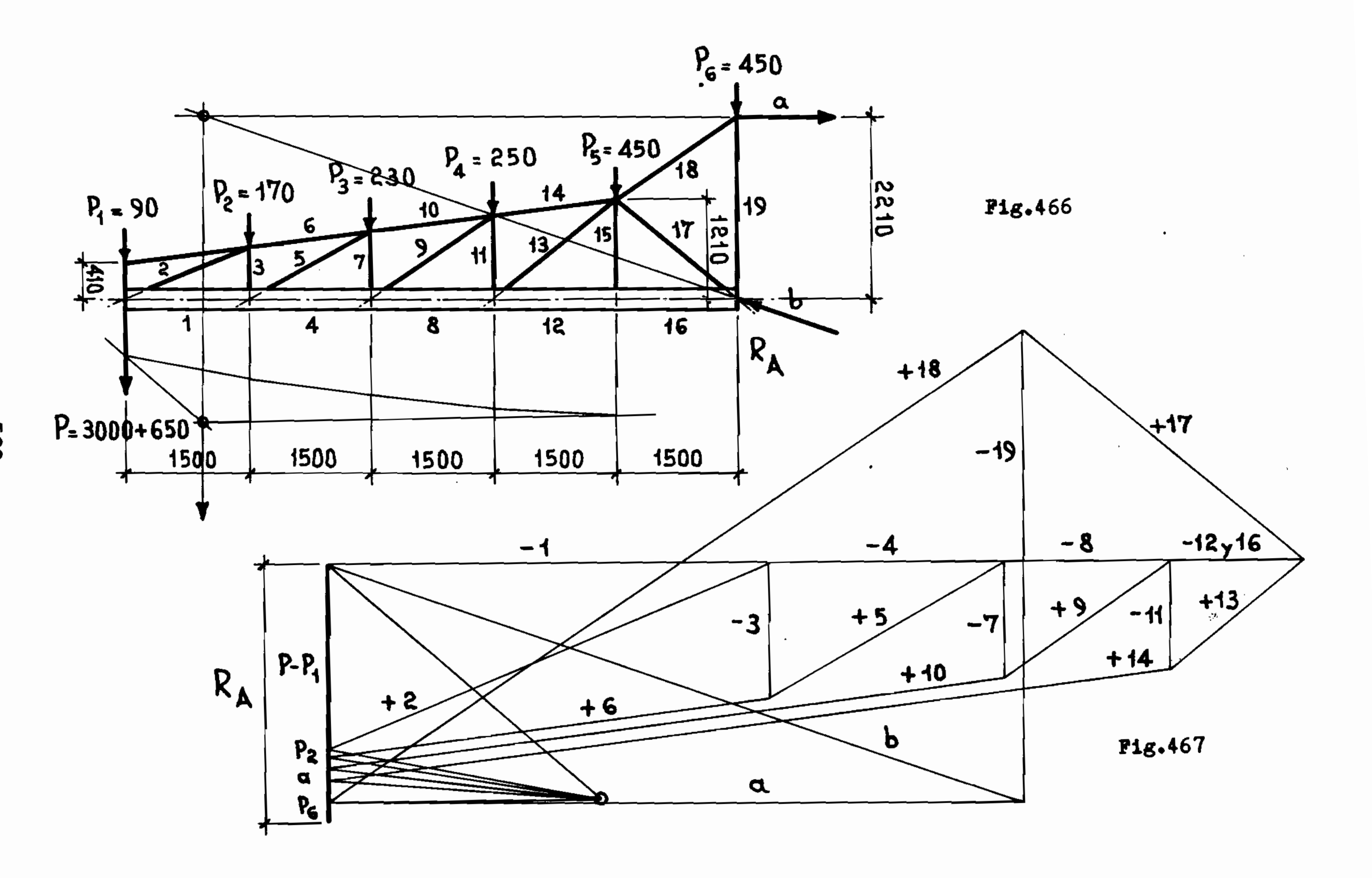


Fig.465

## Carga vertical

Por las figuras 466 a 475 se podrá obtener el trabajo de cada barra, estando el polipasto en cada uno de los nudos.


P1 = 90
P2 = 170
P3 = 230
P4 = 250
P5 = 450
P6 = 450
a
b
R A
2210
1210
410
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
P= 3000+650
1500
1500
1500
1500
1500
Fig.466
+18
+17
-19
-1
-4
-8
-12y16
-3
+5
-7
+9
-11
+13
+10
+14
+2
+6
b
a
R A
P-P1
P2
a
P6
Fig.467

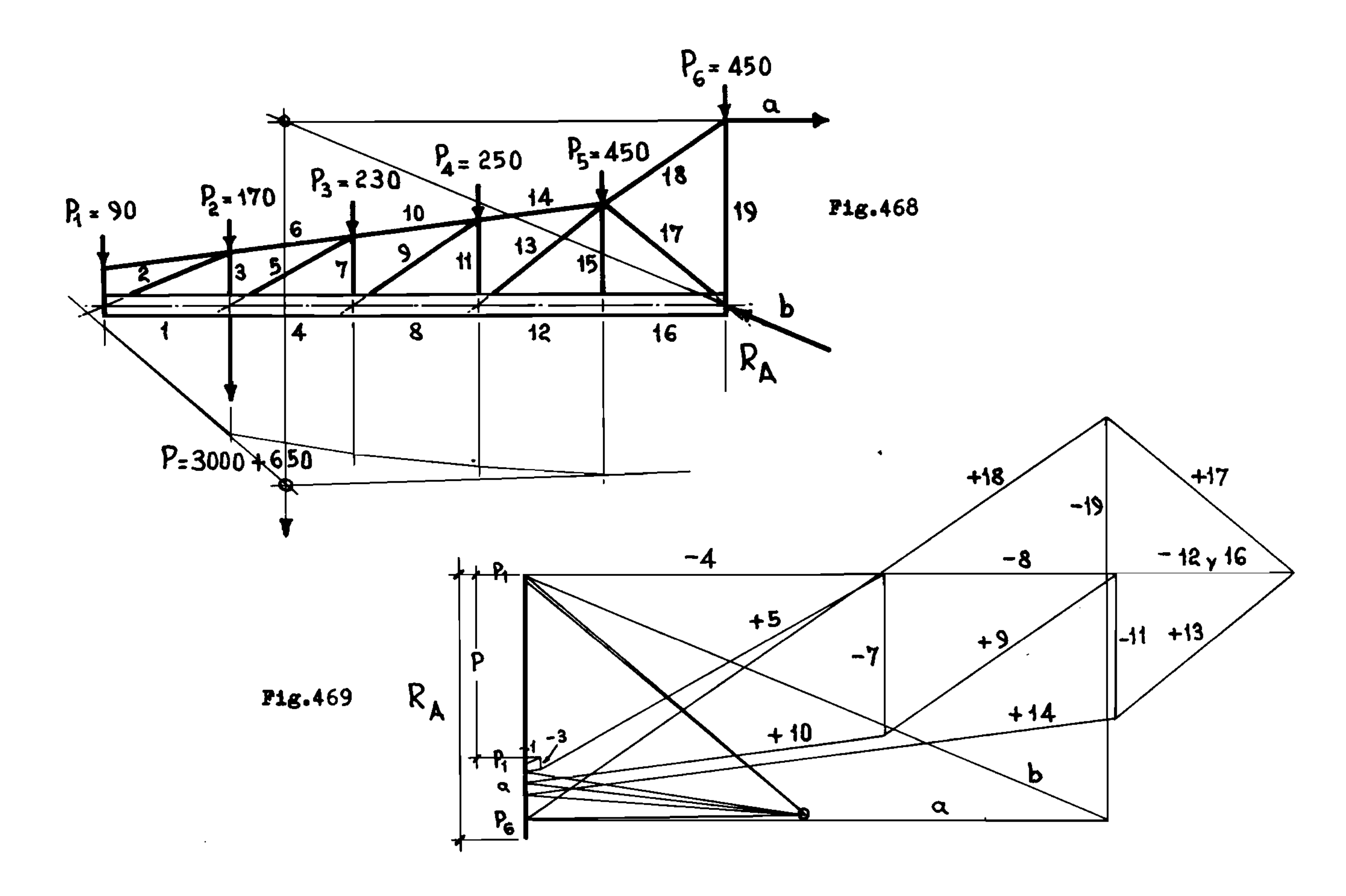



Fig.468

Fig.469

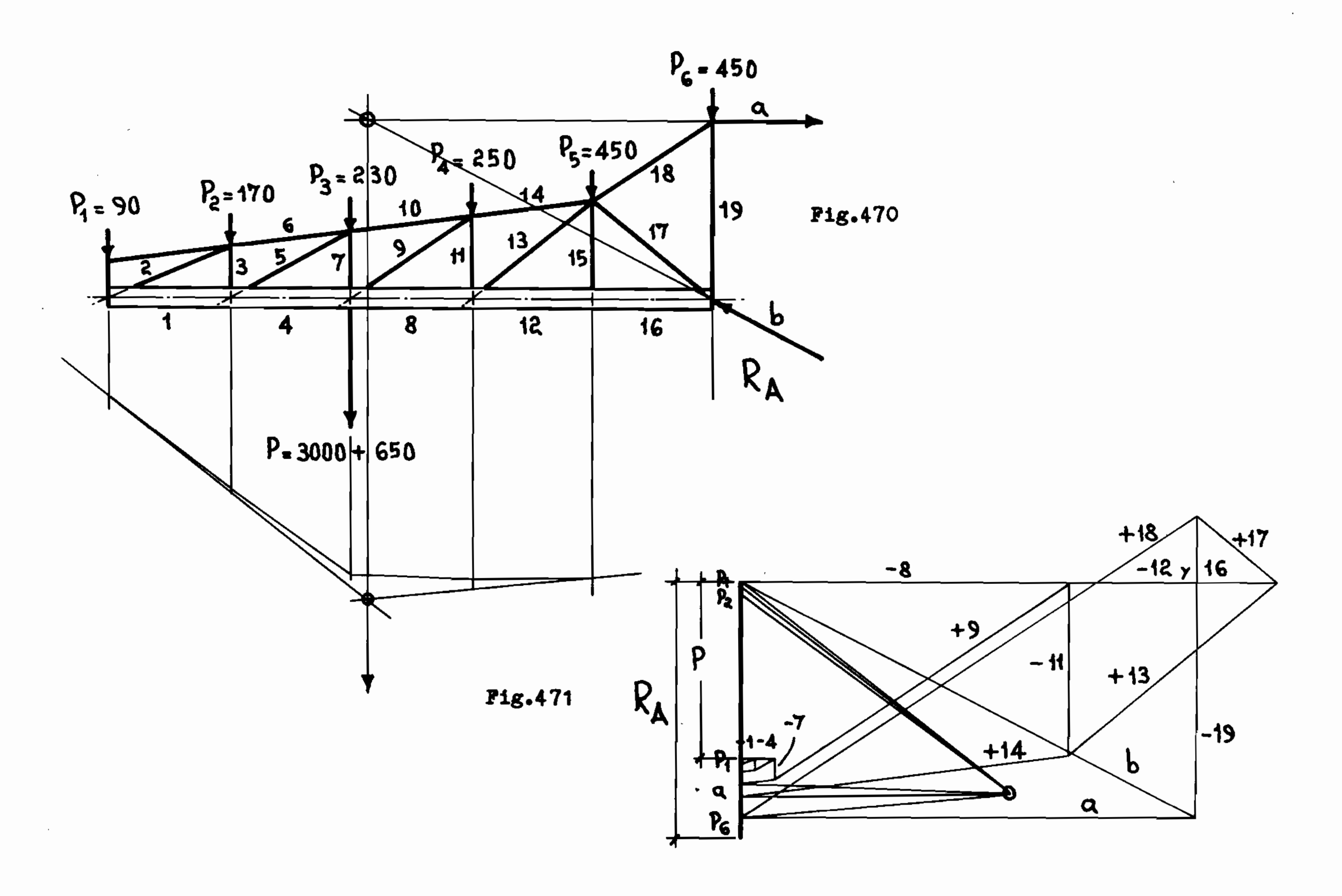


Fig.470


Fig.471

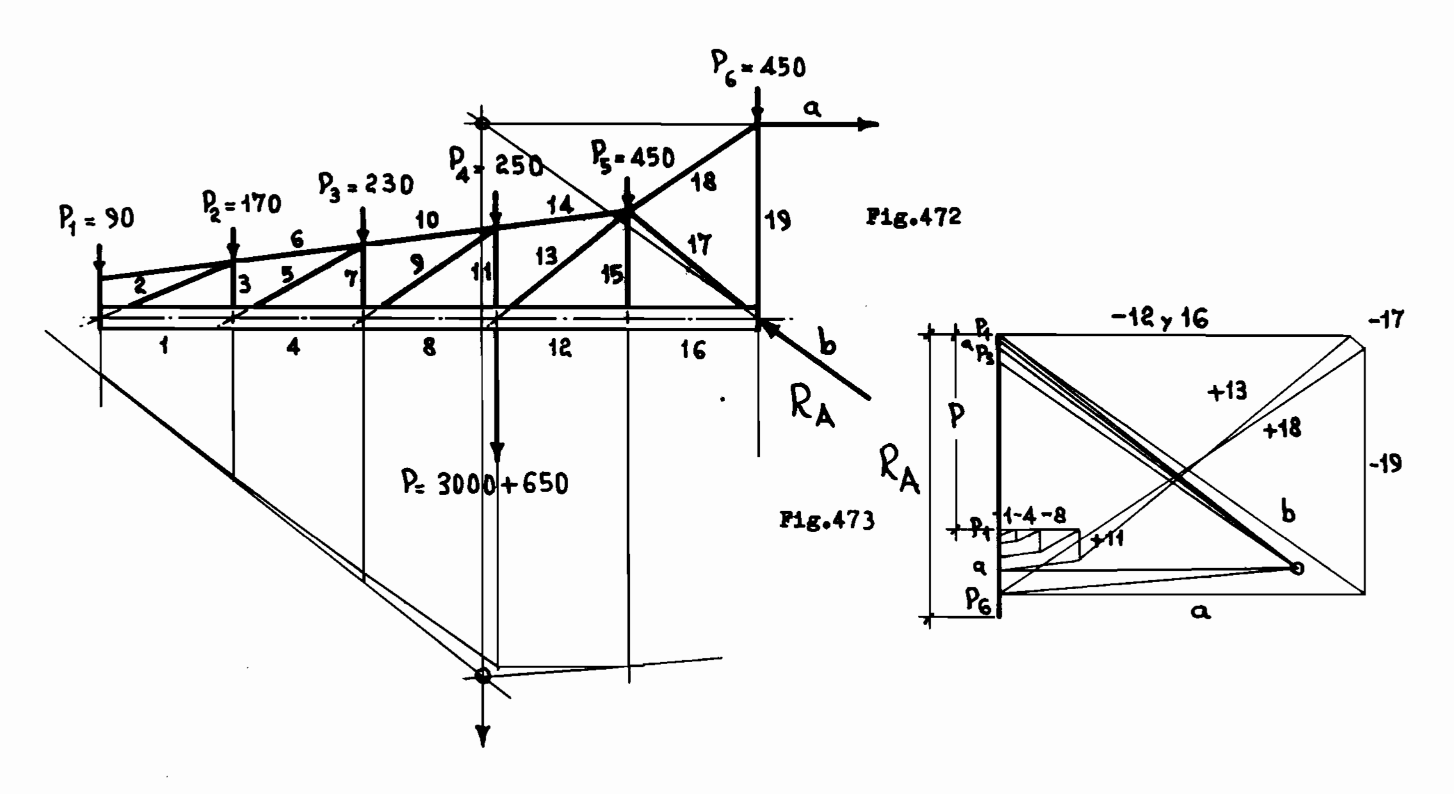
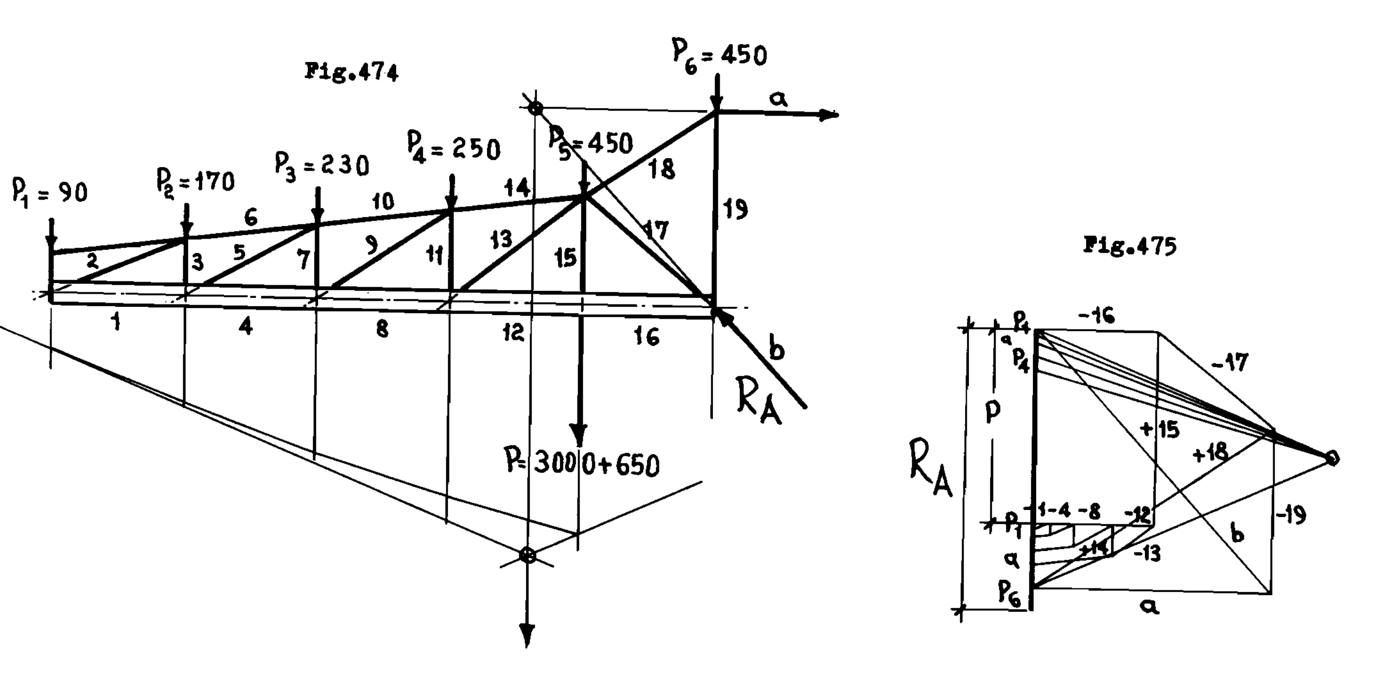
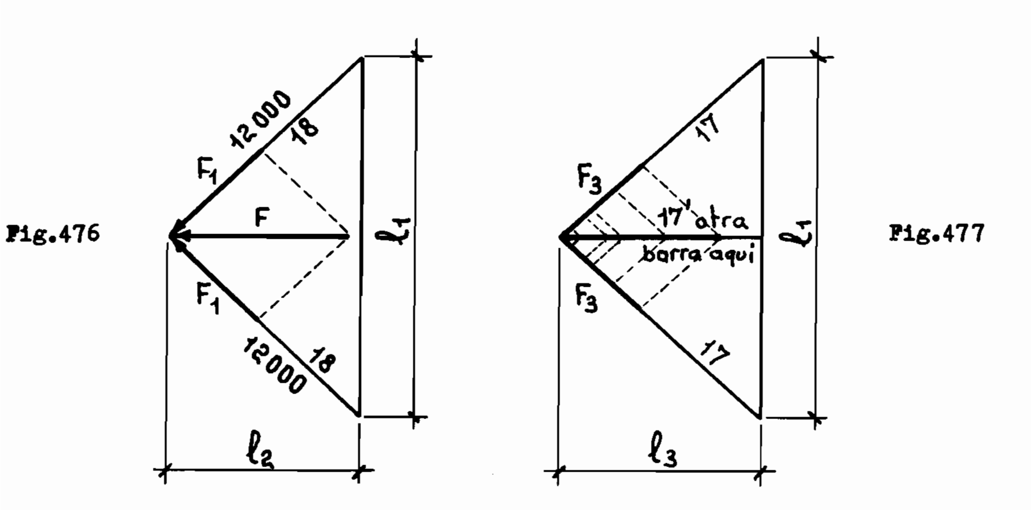



Fig.472

Fig.473


Fig.474
P1 = 90
P2 = 170
P3 = 230
P4 = 250
P5 = 450
P6 = 450
a
b
RA
P = 3000+650
Fig.475
-16
-17
+15
+18
-19
1-4 -8
-12
+14
-13
P
RA
a
b

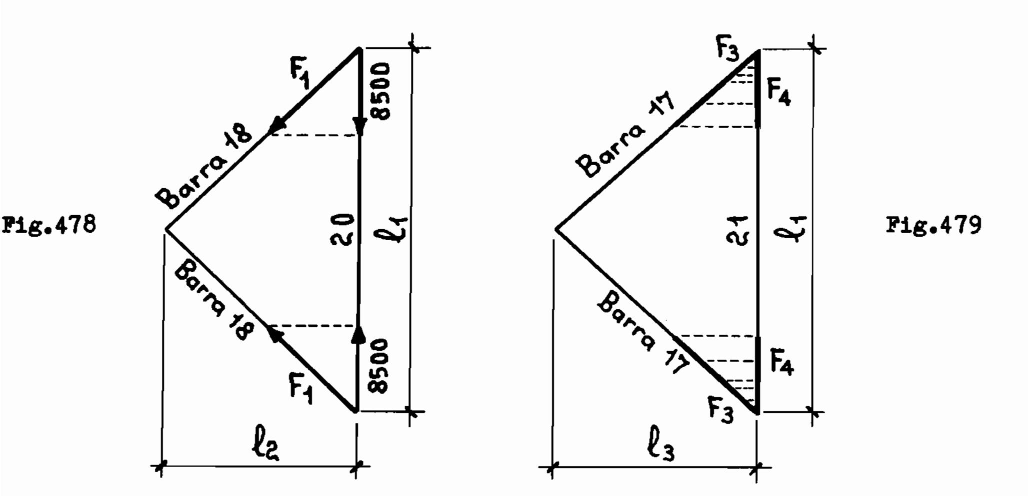
Las figuras 476 y 477 muestrán el esfuerzo a que están solicitadas las barras 17 y 18.




Las barras 17 trabajan a compresión o tracción, según en el nudo que esté el polipasto (como se dijo anteriormente).

El esfuerzo a que está sometida la barra 17′ será igual al de la barra 13.

Por las figuras 478 y 479 se podrá obtener el esfuerzo a que están solicitadas las barras 20 y 21, por las barras 18 y 17 respectivamente (la barra 21 compresión o tracción, según en el nudo que esté el polipasto).



Esfuerzo de tracción a que está solicitada la barra 21, por el empuje de la barra 12-16 (ver figura 480).

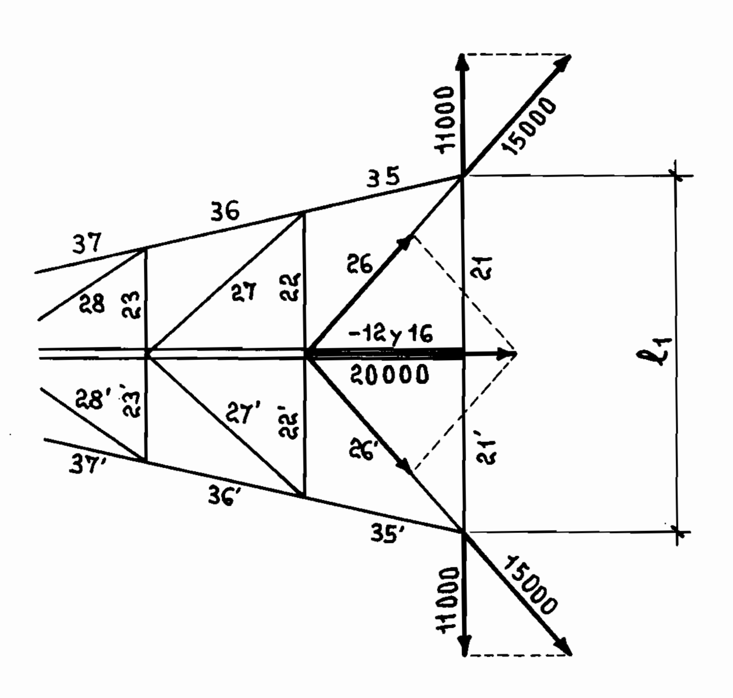



Fig.480

## Frenado de la grúa

Las figuras 481 a 490 muestran el esfuerzo a que están solicitadas, las barras de la celosía horizontal de frenado, estando el polipasto en cada uno de los nudos. Las fuerzas P a $P_6$ despues de dividirlas por 14 y 7, se les ha aumentado algo, ya que salían muy pequeñas.

Esfuerzo de tracción a que está solicitada la barra 21, por el empuje de la barra 12-16 (ver figura 480).

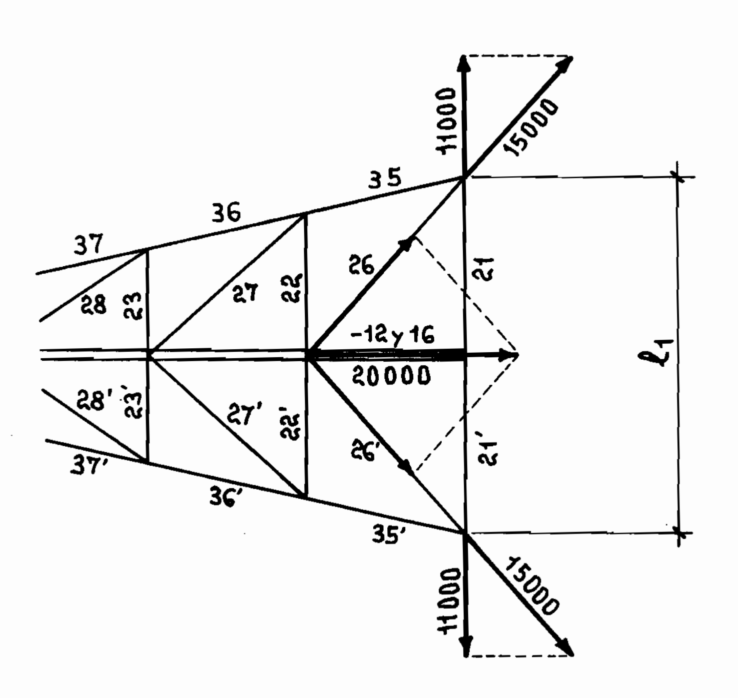



Fig.480

## Frenado de la grúa

Las figuras 481 a 490 muestran el esfuerzo a que están solicitadas, las barras de la celosía horizontal de frenado, estando el polipasto en cada uno de los nudos. Las fuerzas P a $P_6$ despues de dividirlas por 14 y 7, se les ha aumentado algo, ya que salían muy pequeñas.

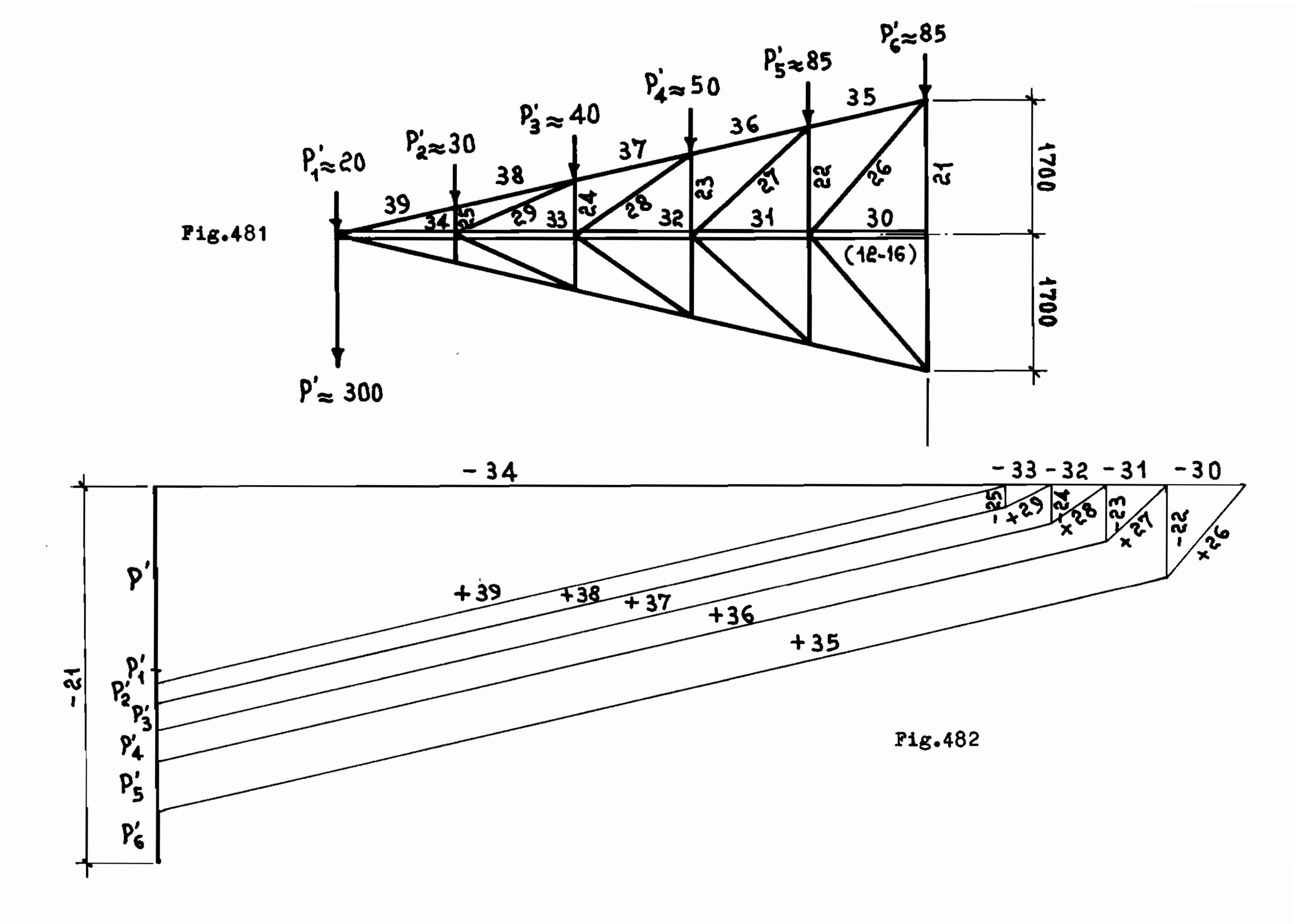



Fig.481

Fig.482

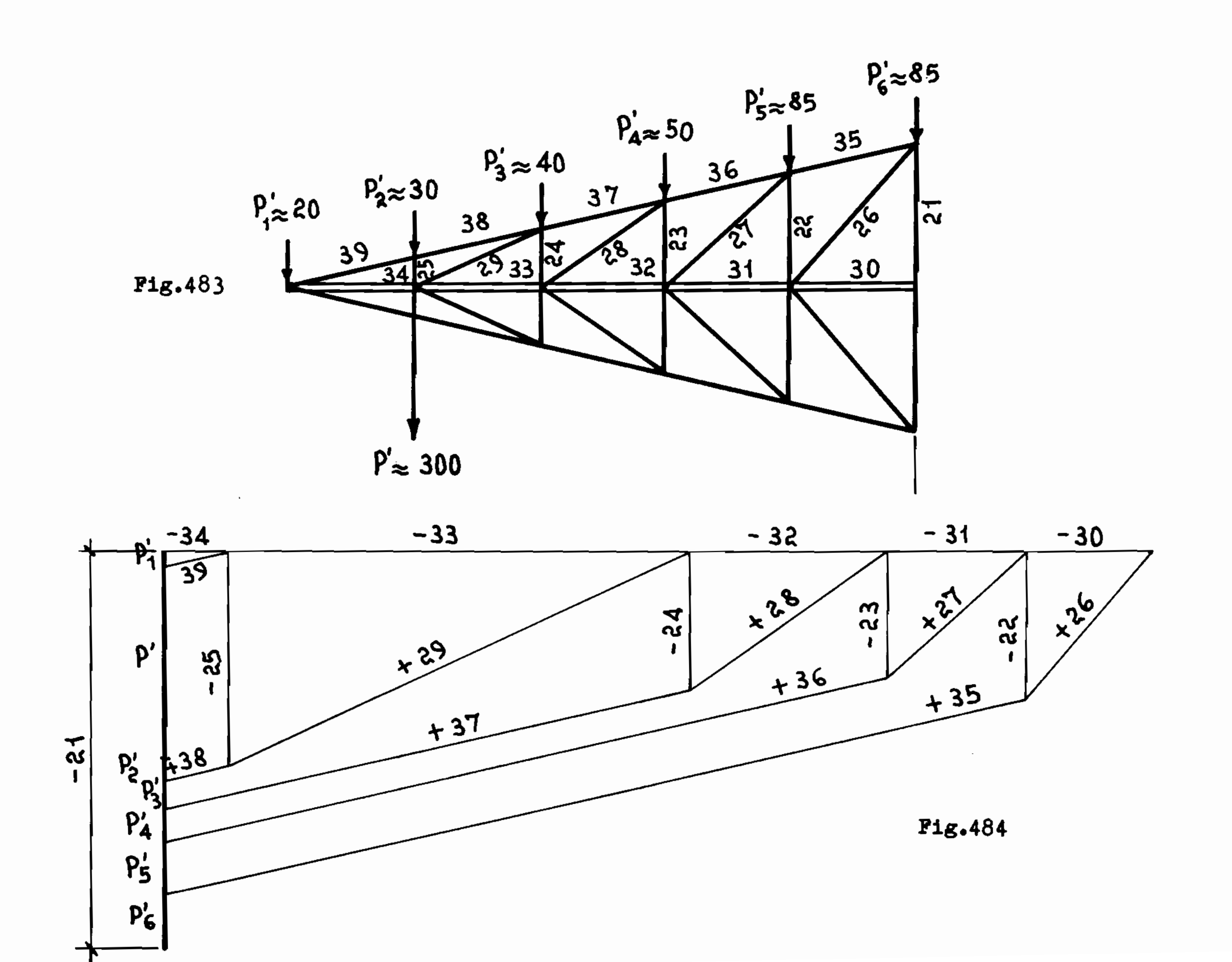



Fig.483

Fig.484

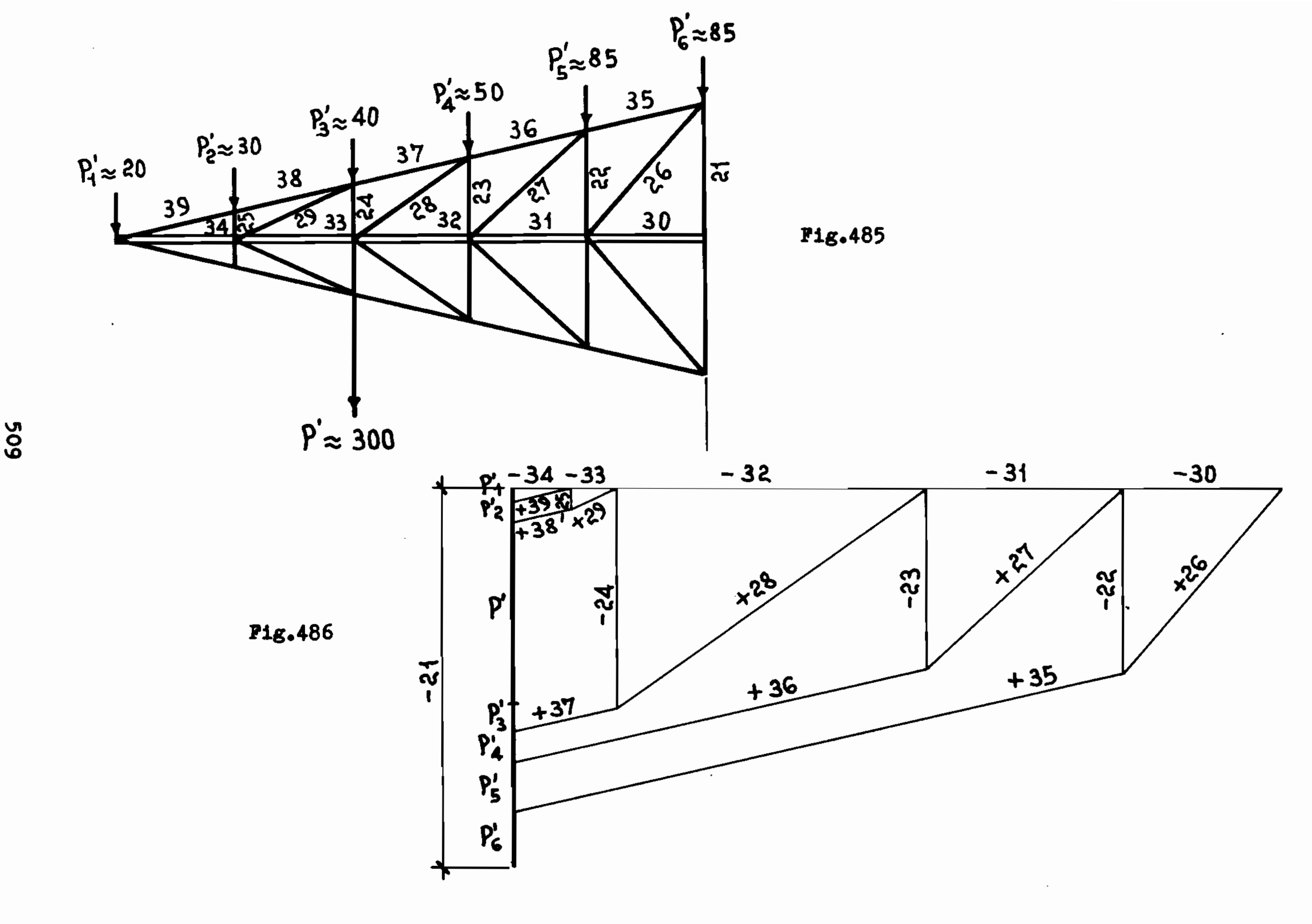



Fig.485

Fig.486

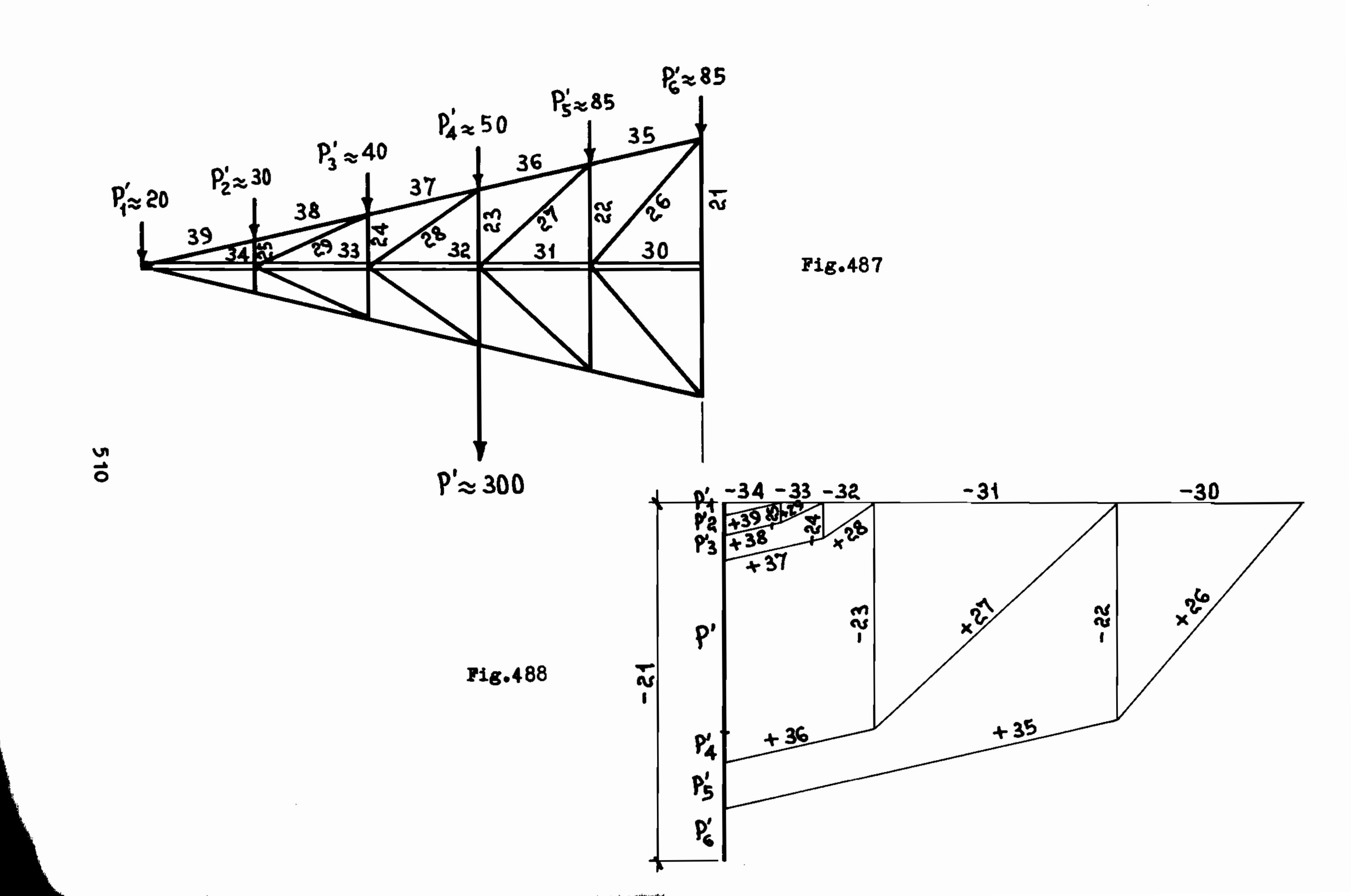


Fig.487


Fig.488

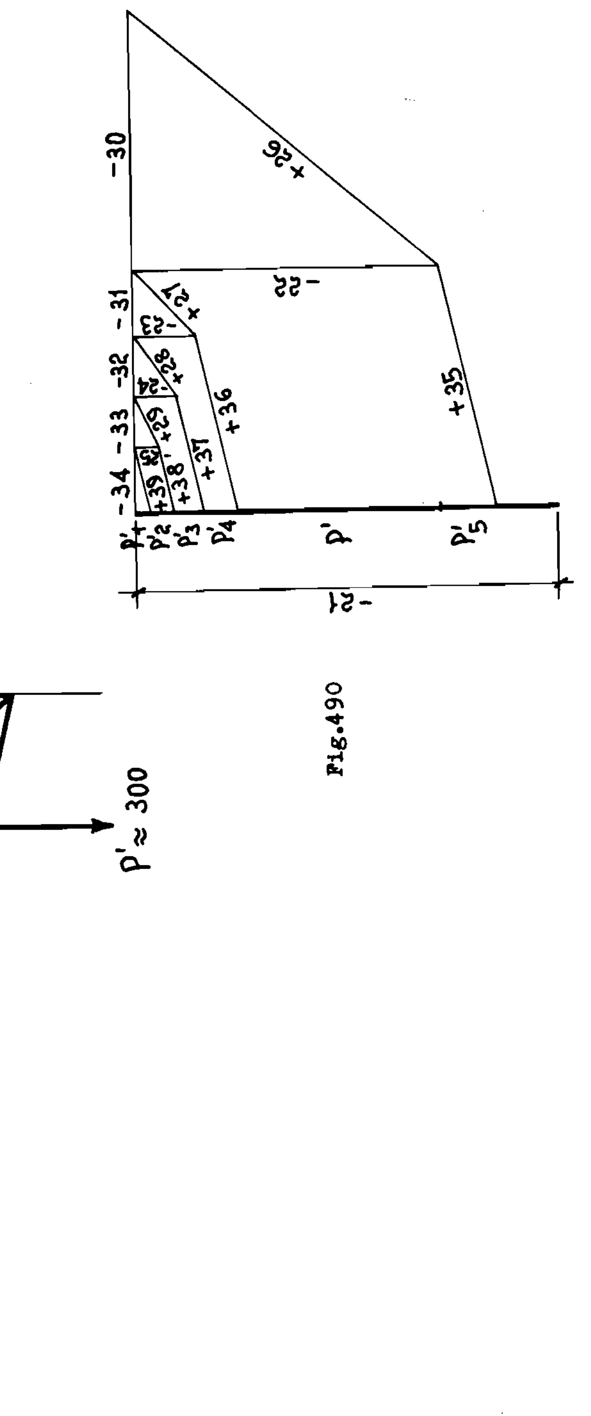



Fig.489

Fig.490

## Cálculo de las barras

Con todos los diagramas de fuerzas que se han hecho hasta aqui, y con la longitud de cada barra, podemos calcular los perfiles adecuados. Las tablas de las paginas 209 a 222, podrán servir de ayuda para el cálculo de los perfiles.

Debido a que aqui se han hecho los diagramas con el peso propio y el móvil juntamente, utilizaremos para los dos el coeficiente de compensación.

Todos los valores se colocarán en el cuadro Nº 8 . Para abreviar se pondrá en el cuadro, solo el esfuerzo de la barra que sea más desfavorable, indicando en el nudo que está el polipasto para que salga este valor, o la figura donde está el diagrama de fuerzas.

Los ángulos se escogerán de los espesores más normalmente usados, y el mínimo será de ⅃ 35 · 35 · 4. Las barras 21-20 y 19 llevarán en los sitios determinados, las ruedas de rodadura. Para ello, aunque por el cálculo salgan perfiles menores, se pondrán unas U.PN. adecuadas a las ruedas que se proyecten.

La barra 6-10-14 se prolongará con el mismo perfil, hacia donde está la fuerza $P_1$.

### Cálculo de la barra 1-16 o carril

Esta barra está sometida a flexión también, como se indica en el cuadro Nº 8. Para la flexión la pondremos como una viga continua de 5 vanos, y carga móvil (página 46).

Los momentos flectores máximos, verticales y horizontales serán (se supone la carga en el centro del polipasto) :

$$Mf_x = 0,409 \cdot P/2 \cdot 1,4 \cdot 1 = 0,409 \cdot 3650/2 \cdot 1,4 \cdot 150 = 156749 \text{ Kg cm}$$

$$Mf_y = 0,409 \cdot P'/2 \cdot 1,4 \cdot 1 = 0,409 \cdot 300/2 \cdot 1,4 \cdot 150 = 12882 \text{ Kg cm}$$

Escogeremos la I.PN. 24 que tiene un radio de giro minimo de $i_y$ = 2,2 , unos momentos resistentes de $R_x$ = 354 cm3 - $R_y$ = 41,7 cm3, y una sección de 46,1 cm2.

Barra 12 (compresión)

$$\lambda = \frac{l}{i_y} = \frac{150}{2,2} = 68 \quad ; \quad \omega = 1,39 \quad ; \quad T_c = \frac{30478 \cdot 1,39}{46,1} = 918 \text{ Kg/cm}^2$$

Barra 1 (compresión y flexión)

$$\lambda = \frac{l}{i_y} = \frac{150}{2,2} = 68 \quad ; \quad \omega = 1,39 \quad ; \quad T_c = \frac{12600 \cdot 1,39}{46,1} = 379 \text{ Kg/cm}^2$$

$$Tf_x = \frac{156749}{354} = 442 \text{ Kg/cm}^2 \quad ; \quad Tf_y = \frac{12882}{41,7} = 308 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Tensión total} = 379 + 442 + 308 = 1129 \text{ Kg/cm}^2$$

## C u a d r o 8

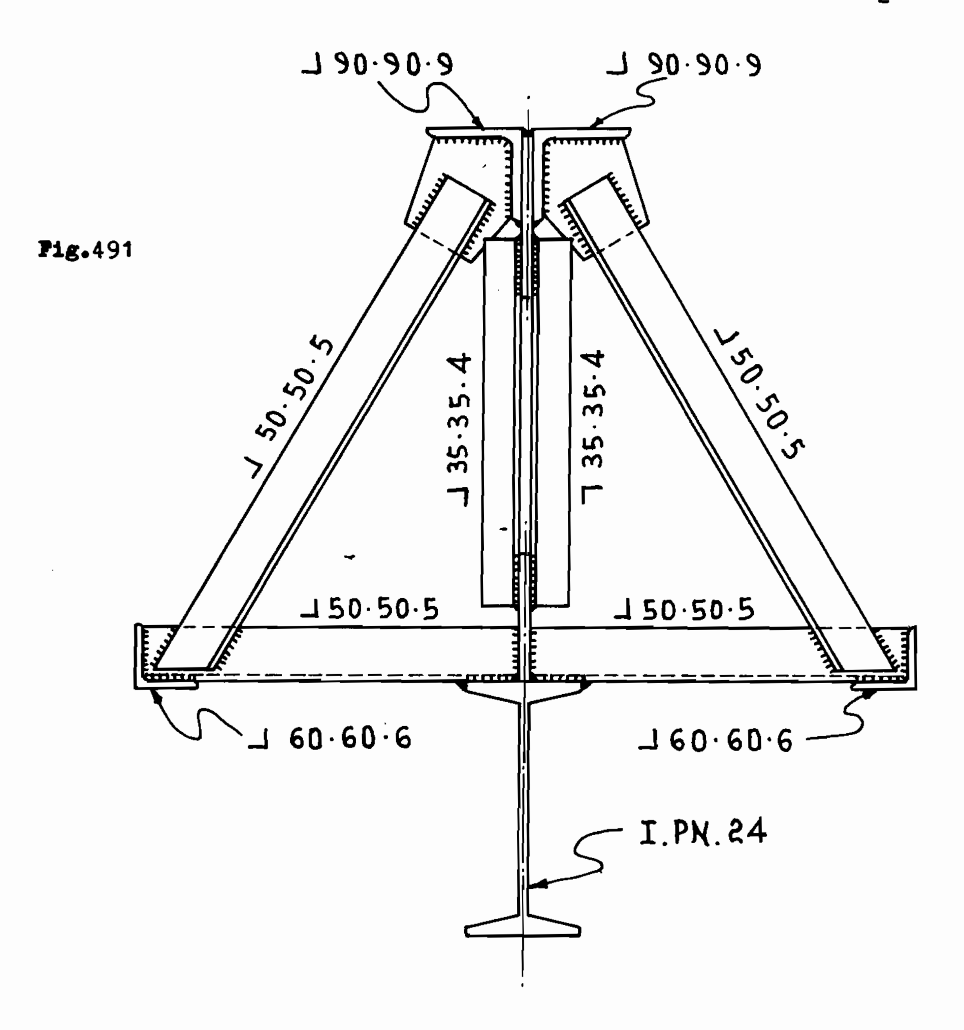
| Barra Nº | Luz m. | Tensión | Nudo | Esfuerzo Kg | Esfuerzo · 1,4=Kg | Perfil |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,5 | Compresión | $P_1$ | 9000 | 12600 | Falta flexión |
| 2 | 1,4 | Tracción | $P_1$ | 9800 | 13720 | ⅃ L 60·60·6 |
| 3 | 0,5 | Compresión | $P_1$ | 2750 | 3850 | ⅃ L 35·35·4 |
| 5 | 1,5 | Tracción | $P_2$ | 7900 | 11060 | ⅃ L 50·50·5 |
| 6 | 1,5 | Tracción | $P_1$ | 9100 | 12740 | Como barra 14 |
| 7 | 0,7 | Compresión | $P_2$ | 3200 | 4480 | ⅃ L 35·35·4 |
| 9 | 1,6 | Tracción | $P_3$ | 7300 | 10220 | ⅃ L 50·50·5 |
| 10 | 1,5 | Tracción | $P_1$ | 13900 | 19460 | Como barra 14 |
| 11 | 0,9 | Compresión | $P_3$ | 3550 | 4970 | ⅃ L 40·40·4 |
| 12 | 1,5 | Compresión<br>Compresión | $P_1$<br>Fig.481 | 20000<br>1770 | 30478 | ver cálculo |
| 13 | 1,7 | Tracción | $P_4$ | 6600 | 9240 | ⅃ L 50·50·5 |
| 14 | 1,5 | Tracción | $P_1$ | 17400 | 24360 | ⅃ L 70·70·7 |
| 15 | 1,1 | Tracción | $P_5$ | 3650 | 5110 | ⅃ L 45·45·5 |
| 17 | 2,6 | Compresión | $P_1$<br>Fig.477 | 1900 | 2660 | ⅃ L 50·50·5 |
| 17' | 1,7 | Tracción | $P_6$<br>Fig.477 | 6600 | 9240 | ⅃ L 50·50·5 |
| 18 | 2,5 | Tracción | $P_1$<br>Fig.476 | 12000 | 16800 | ⅃ L 60·60·6 |
| ≈19 | 2,1 | Compresión | $P_1$ | 9600<br>+ 450 | 14070 | ⅃ L 80·80·8 |
| 20 | 1,7 | Compresión | $P_1$<br>Fig.478 | 8500 | 11900 | ⅃ L 70·70·7 |
| 21 | 1,7 | Tracción<br>Tracción | Fig.479<br>Fig.480 | 3600<br>11000 | 20440 | ⅃ L 70·70·7 |
| 22 | 1,4 | Compresión | $P_5'$ | 450 | 630 | ⅃ 40·40·4 |
| 23 | 1 | Compresión | $P_4'$ | 390 | 546 | ⅃ 35·35·4 |
| 24 | 0,7 | Compresión | $P_3'$ | 360 | 504 | ⅃ 35·35·4 |
| 25 | 0,4 | Compresión | $P_2'$ | 330 | 462 | ⅃ 35·35·4 |
| 26 | 2,3 | Compresión | Fig.480 | 15000 | 21000 | ⅃ L 90·90·9 |
| 27 | 2,0 | Tracción | $P_4'$ | 570 | 798 | ⅃ 35·35·4 |
| 28 | 1,8 | Tracción | $P_3'$ | 620 | 868 | ⅃ 35·35·4 |
| 29 | 1,6 | Tracción | $P_2'$ | 780 | 1092 | ⅃ 35·35·4 |
| 35 | 1,5 | Tracción | $P_1'$ | 1690 | 2366 | ⅃ 40·40·4 |

Como se ve, la tensión de trabajo es admisible. Las barras "a"de sujeción del entramado horizontal de frenado (ver figura 449), las barras 6-10-14, y las del entramado horizontal, están sometidas a una torsión, al frenar la grúa. Por este motivo habrá que superdimensionarlas, para que puedan absorver este esfuerzo. En este caso, aumentaremos dos perfiles mayores, a cada una de las barras mencionadas (menos a la barra 26).

## Disposición de los perfiles

Hay muchas formas de disponer los perfiles en las grúas ménsula, dependiendo en gran parte, del perfil que se tenga que poner, por la capacidad de elevación. Por la figura 491 se podrá ver la disposición de los perfiles, de la grúa ménsula proyectada, por la sección $P_2$.

Fig.491



# 18 PLUMAS DE ELEVACION

## INTRODUCCION

Las plumas de elevación son unos soportes, que sirven para elevar durante el montaje diferentes tipos de cargas. Estas cargas serán según el tipo de obra, vigas armadas, cerchas, jacenas, etc (ver figura 492).

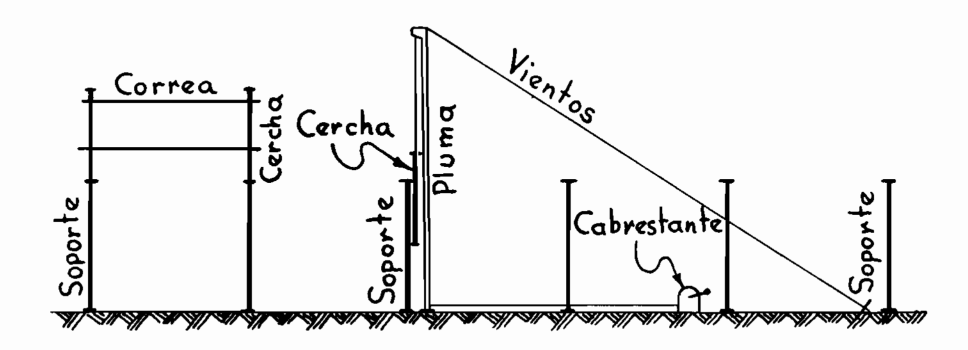



Fig.492

Hay muchos tipos de plumas de elevación, aquí se calcularán unas sencillas del tipo normal, que servirán de guia para el cálculo de las otras, con cargas de elevación mayores o menores, y de diferentes alturas.

Las plumas de elevación van unidas a unos elementos auxiliares imprescindibles, con los cuales se lleva a cabo la elevación de las cargas.

Dichos elementos auxiliares son ; los cables de elevación, las trócolas, los cabrestantes, y los vientos o cables de sujeción de la pluma. Por lo tanto, antes de empezar a exponer el calculo de la pluma, se deberá conocer cada uno de estos elementos auxiliares. Para ello los trataremos a continuación uno a uno.

## CABLES DE ELEVACION

Los cables de elevación están hechos con un acero que tiene mucho carbono, lo cual les permite templarlos. Dicho alto contenido en carbono unido al temple, los hace muy resistentes a la tracción.

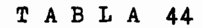
Los cables están compuestos normalmente por varios alambres, enroscados entre sí, lo cual los hace más flexibles. Dichos alambres llamados cordones, pueden estar tambien constituidos por varios alambres, y también pueden tener todo el cable un alma textil (ver figuras 493, 494 y 495).

Según la constitución y la cantidad de los cordones, y de si tienen alma textil o no, los cables serán para una u otra aplicación.

A continuación se ponen tres tablas de cables, cada una para una aplicación diferente. En estas tablas se dan el diámetro comercial del cable, el peso por metro, la carga admisible teniendo en cuenta el coe-

ficiente de seguridad para cada aplicación, y el diámetro del alambre más grueso del cable. Este último servirá para calcular el diámetro mínimo de las poleas, por las cuales tenga que pasar el cable.

Cables para tornos y cabrestantes, compuesto de 6 cordones de 19 cables (1+9+9) y un alma textil (ver figura 493). Carga admisible teniendo en cuenta una carga de rotura de 180 Kg/mm2, y un coeficiente de seguridad de 6.


T A B L A 44

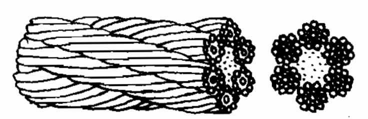


Figura 493

| Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre Ø mayor mm | Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre Ø mayor mm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 0,089 | 240 | 0,45 | 17,5 | 1,119 | 3080 | 1,6 |
| 6 | 0,135 | 370 | 0,55 | 18 | 1,190 | 3270 | 1,7 |
| 6,5 | 0,167 | 460 | 0,60 | 18,5 | 1,280 | 3520 | 1,7 |
| 7,5 | 0,195 | 530 | 0,65 | 19 | 1,300 | 3570 | 1,75 |
| 8 | 0,241 | 660 | 0,75 | 19,5 | 1,447 | 3980 | 1,80 |
| 8,5 | 0,280 | 770 | 0,80 | 20,5 | 1,494 | 4100 | 1,85 |
| 9,5 | 0,332 | 910 | 0,90 | 21 | 1,686 | 4500 | 2,00 |
| 10 | 0,366 | 1000 | 0,95 | 21,5 | 1,746 | 4800 | 2,00 |
| 10,5 | 0,422 | 1150 | 1,00 | 22 | 1,837 | 5000 | 2,10 |
| 11 | 0,439 | 1260 | 1,05 | 22,5 | 1,943 | 5300 | 2,10 |
| 12 | 0,520 | 1430 | 1,10 | 23,5 | 2,038 | 5600 | 2,20 |
| 12,5 | 0,568 | 1560 | 1,20 | 24 | 2,152 | 5900 | 2,20 |
| 13 | 0,636 | 1740 | 1,25 | 24,5 | 2,250 | 6100 | 2,30 |
| 13,5 | 0,682 | 1870 | 1,30 | 26,0 | 2,519 | 6900 | 2,40 |
| 14,5 | 0,757 | 2080 | 1,35 | 27,0 | 2,771 | 7600 | 2,60 |
| 15,5 | 0,887 | 2440 | 1,45 | 28,5 | 3,027 | 8300 | 2,70 |
| 16 | 0,972 | 2670 | 1,50 | 29,5 | 3,284 | 9000 | 2,80 |
| 16,5 | 1,036 | 2840 | 1,60 | | | | |

Cables para grúas y polipastos, compuesto de 6 cordones de 37 cables y un alma textil (ver figura 494). Carga admisible teniendo en cuenta una carga de rotura de 180 Kg/mm2,y un coeficiente de seguridad de 6.



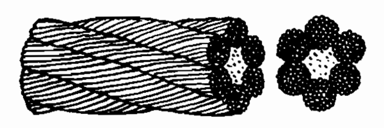
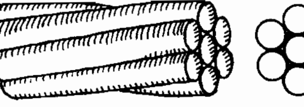



Figura 494

| Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre ∅ mayor mm | Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre ∅ mayor mm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0,064 | 160 | 0,20 | 22,5 | 1,783 | 4600 | 1,05 |
| 5 | 0,085 | 220 | 0,23 | 23,5 | 1,957 | 5100 | 1,10 |
| 5,5 | 0,109 | 280 | 0,26 | 25 | 2,139 | 5500 | 1,15 |
| 6 | 0,126 | 330 | 0,28 | 26 | 2,329 | 6100 | 1,20 |
| 6,5 | 0,146 | 380 | 0,30 | 27 | 2,527 | 6600 | 1,25 |
| 7,5 | 0,187 | 490 | 0,34 | 28 | 2,733 | 7100 | 1,30 |
| 8 | 0,221 | 580 | 0,37 | 29 | 2,947 | 7700 | 1,35 |
| 8,5 | 0,258 | 670 | 0,40 | 30 | 3,170 | 8300 | 1,40 |
| 9,5 | 0,327 | 860 | 0,45 | 31,5 | 3,400 | 8900 | 1,45 |
| 10,5 | 0,404 | 1050 | 0,50 | 32,5 | 3,639 | 9500 | 1,50 |
| 12 | 0,490 | 1250 | 0,55 | 34,5 | 4,140 | 10800 | 1,60 |
| 13 | 0,582 | 1500 | 0,60 | 36,5 | 4,674 | 12200 | 1,70 |
| 14 | 0,683 | 1700 | 0,65 | 39 | 5,240 | 13700 | 1,80 |
| 15 | 0,792 | 2000 | 0,70 | 41 | 5,838 | 15200 | 1,90 |
| 16 | 0,909 | 2300 | 0,75 | 43 | 6,469 | 16900 | 2,00 |
| 17 | 1,035 | 2700 | 0,80 | 45,5 | 7,132 | 18700 | 2,10 |
| 18,5 | 1,168 | 3000 | 0,85 | 47,5 | 7,829 | 20500 | 2,20 |
| 19,5 | 1,310 | 3400 | 0,90 | 49,5 | 8,555 | 22400 | 2,30 |
| 20,5 | 1,460 | 3800 | 0,95 | 52 | 9,316 | 24400 | 2,40 |
| 21,5 | 1,617 | 4200 | 1,00 | 54 | 10,10 | 26400 | 2,50 |

Cables para vientos y riostras, compuesto por 1 cordón de 7 cables y sin alma textil (ver figura 495). Carga admisible teniendo en cuenta una carga de rotura de 160 Kg/mm2, y un coeficiente de seguridad de 5.

TABLA 46



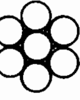


Figura 495

| Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre Ø mayor mm | Diámetro comercial mm | Peso Kg/ m | Carga adm. Kg | Alambre Ø mayor mm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0,079 | 290 | 1,35 | 8 | 0,318 | 1190 | 2,70 |
| 4,5 | 0,098 | 360 | 1,50 | 8,5 | 0,367 | 1370 | 2,90 |
| 5 | 0,126 | 470 | 1,70 | 9 | 0,393 | 1470 | 3,00 |
| 5,5 | 0,158 | 590 | 1,90 | 9,5 | 0,447 | 1660 | 3,20 |
| 6 | 0,175 | 650 | 2,00 | 10,5 | 0,535 | 2000 | 3,50 |
| 6,5 | 0,211 | 790 | 2,20 | 11 | 0,566 | 2120 | 3,60 |
| 7 | 0,252 | 940 | 2,40 | 11,5 | 0,631 | 2360 | 3,80 |
| 7,5 | 0,273 | 1020 | 2,50 | 12 | 0,699 | 2600 | 4,00 |

## TROCOLAS

Las trócolas, son unos útiles que sirven para la elevación de cargas, por medio de cables o cuerdas. Las figuras 496, 497 y 498 mues-

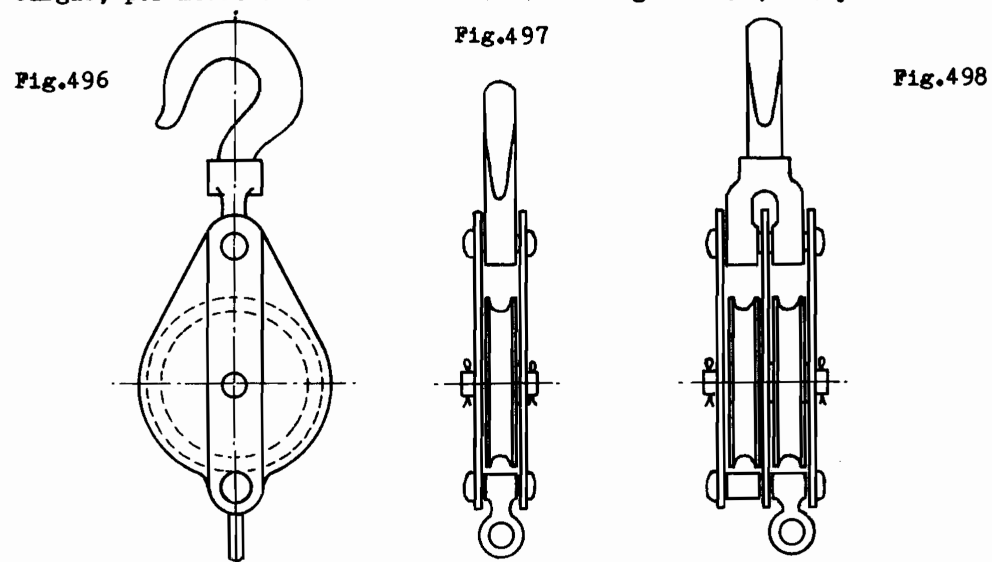


Fig.496 Fig.497 Fig.498

tran dos tipos de trócolas, para un cable una, y otra para dos (hay también para más cables). La misión de estos útiles es el conseguir rebajar el esfuerzo de elevación, de las cargas.

Si ponemos una trócola para un cable, sujeta a la parte de arriba de una pluma, y pretendemos elevar una carga "P", necesitaremos un peso $P_1$ igual a "P" para establecer el equilibrio. Luego una vez establecido este equilibrio, fácilmente podremos elevar dicha carga ( ver figura 499).

$P = P_1$

P'

$P_1$

Fig.499

Con esto queda demostrado que para elevar una carga "P" con una trócola fija (que no se desplaza de su sitio al elevar la carga), hay que tirar por el otro lado del cable con una fuerza igual al peso de la la carga a elevar (un poco mayor naturalmente, para romper el equilibrio, y por el rozamiento).

Las trócolas se utilizan normalmente una arriba y otra abajo, consiguiéndose entonces una reducción de la fuerza para elevar las cargas (ver figuras 500 y 501). La trócola de arriba es la fija y la de abajo la móvil (ya que se desplaza al elevarse la carga).

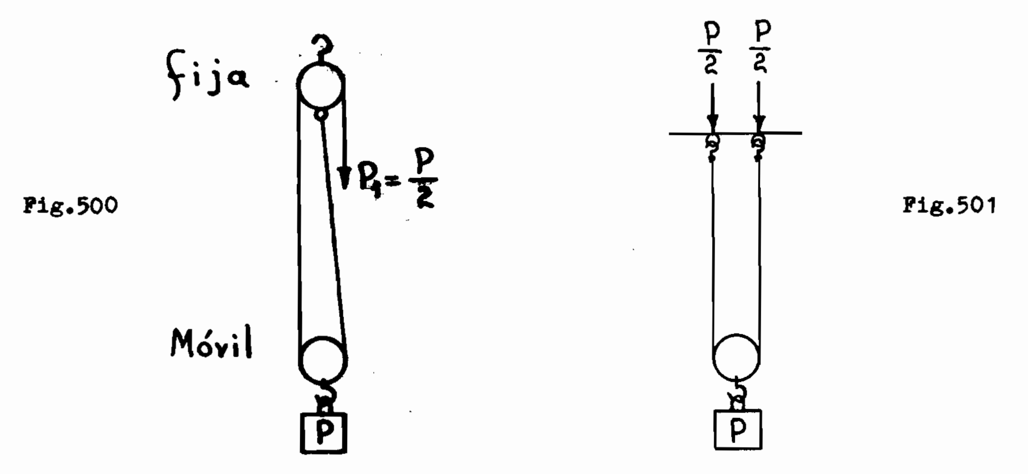


Fig.500 Fig.501

La mencionada figura 500, muestra un aparejo de dos trócolas de una roldana o rueda cada una (por lo tanto para un cable). Con dicho aparejo se obtendrá la reducción de la mitad de la carga a elevar. Lo cual se puede comprender muy bien viendo la figura 501, en la que la -

carga P cuelga de dos cuerdas. Aqui por lo tanto,cada cuerda tendrá que resistir la mitad de P. Esto mismo ocurre en el aparejo de la figura - 500, con lo que queda demostrado que el tiro que hay que hacer en el cable para elevar la carga, es igual a la mitad de P.

Para reducir aun más la fuerza para elevar las cargas, se utilizarán trócolas de dos o más roldanas. La raducción que se obtiene entonces, viene dada por la fórmula siguiente :

$$P_1 = \frac{P}{2 \cdot \text{número de roldanas de la trócola móvil puesta}}$$

Para saber que diámetro minimo deberán tener las roldanas de la trócola, se fijará antes la reducción que se quiere obtener (según sea la carga, mayor o menor), y el tipo de cable (para cabrestantes, para - grúas, etc). Una vez conozcamos esto, podemos sacar el diámetro nominal del cable, y el diámetro del alambre más grueso del cable ( por las tablas).

A continuación damos el coeficiente por el cual hay que multiplicar, el diámetro "$d_a$" del alambre más grueso del cable, para obtener el el diámetro "D" minimo de la roldana.

$$D = 300 \cdot d_a$$

## C A B R E S T A N T E S

Los cabrestantes son unos mecanismos movidos a mano o eléctricamente, con los cuales se hace el esfuerzo necesario a la vez que se recoje el cable, para elevar o desplazar cargas. En la figura 502 se podrá ver como es este tipo de mecanismo.

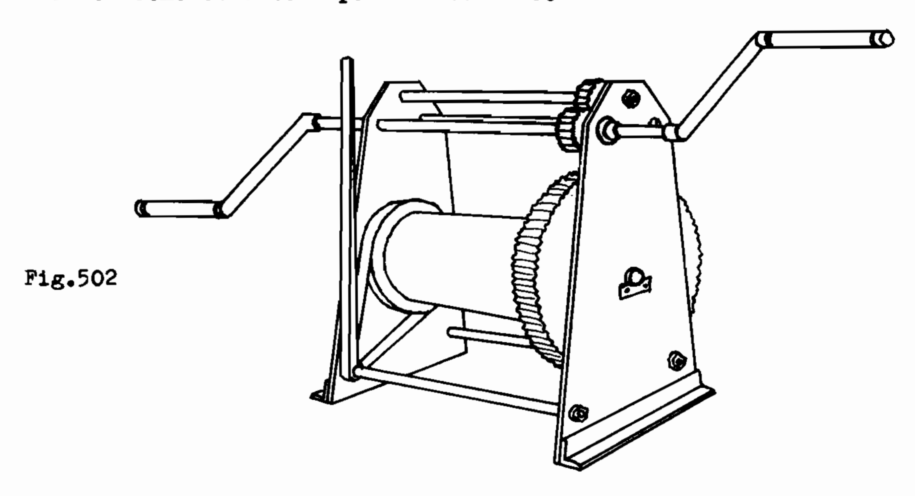


Fig.502

Según la potencia que tenga el cabrestante, así serán sus dimensiones y el diámetro del tambor donde se arrolla el cable. Las casas fabricantes de estos mecanismos, dan en sus catálogos los datos para poder elegir el adecuado, para el caso que se necesite.

En los cabrestantes movidos a mano, se pondrán dos operarios,uno a cada lado, para efectuar la operación de elevar o desplazar cargas.El esfuerzo hecho por los dos operarios sobre las palancas, es aumentado a una relación determinada, por medio de las ruedas dentadas pequeñas y de la grande del tambor. Estos aparatos, se utilizan para cargas de 500 Kg en adelante.

## VIENTOS

Se llaman **vientos**, a los cables que sujetan a las plumas, en su parte superior. Estos cables como no tienen que enrollarse en ningún tambor, o pasar por poleas, están constituidos normalmente por alambres más gruesos que los otros cables, y no tienen alma textil.

En una pluma normalmente se sujetan a su parte superior, tres o más vientos. Estos cables se calcularán, teniendo en cuenta el empuje horizontal que hay en la cabeza de la pluma, y el ángulo que tienen respecto a la horizontal del piso. Como por motivo de hacer un mal asiento la base de la pluma, el empuje de la cabeza de ésta se puede cargar total o casi totalmente sobre un cable, cada cable se deberá calcular suponiendo que aguanta él solo dicho empuje.

Con respecto a la carga de rotura de los cables, según la aplicación de cada uno de ellos, habrá que darle el coeficiente de seguridad adecuado. Las cargas de trabajo que se han dado a las tres tablas de cables que se adjuntan, están referidas a los siguientes coeficientes de seguridad.

Cables para grúas y polipastos del grupo I,IIyIII (ver pág.250) = 6

Cables para vientos y riostras con alambre galvanizado = 5

Cables para tornos y cabrestantes con alambre galvanizado = 6

La figura 503 muestra una pluma, con su carga máxima de tiro en la parte superior o cabeza. El pico de pato de la cabeza se ha exajerado, para que se vea más claramente la descomposición de la fuerza de tiro, en la horizontal. Como se ve, la fuerza $P_h$ es la que horizontalmente trata de vencer a la pluma, y la que habrá que contrarrestar con los vientos.

Puesta la fuerza $P_h$ en el punto de aplicación del cable, y descomponiendola en otra de la inclinación de éste, nos dará la fuerza $P_v$. De esta manera queda calculado el esfuerzo a que está sometido el cable o viento (ver figura 504).

Analiticamente se pueden calcular también estos valores, dando el mismo resultado. Para la fuerza $P_h$ se efectuará la siguiente operación (ver figura 505) :

$$P_h = \frac{P \cdot l}{H}$$

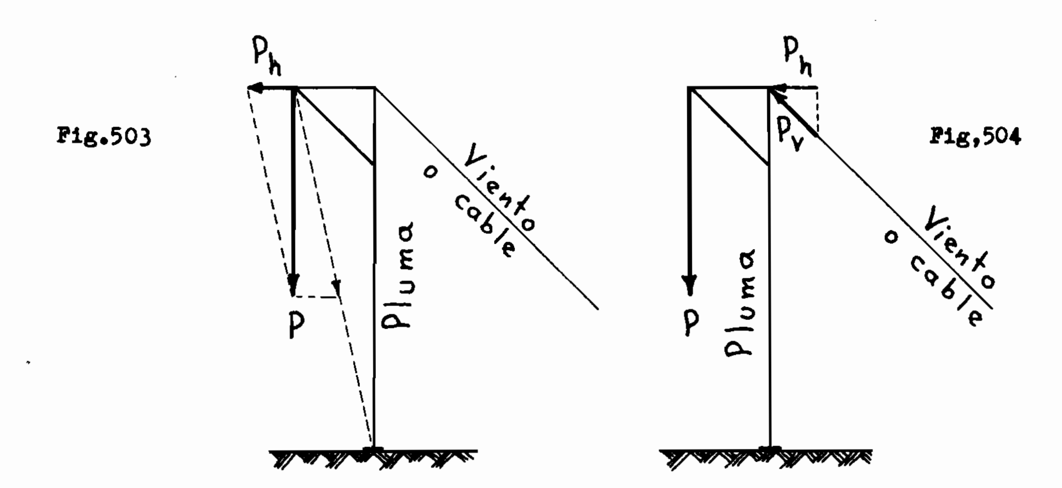



Fig.503

Fig,504

Para la fuerza $P_v$ se multiplicará $P_h$ por el coeficiente de la tabla 47, según la inclinación del viento (ángulo $\alpha$ de la figura 505).

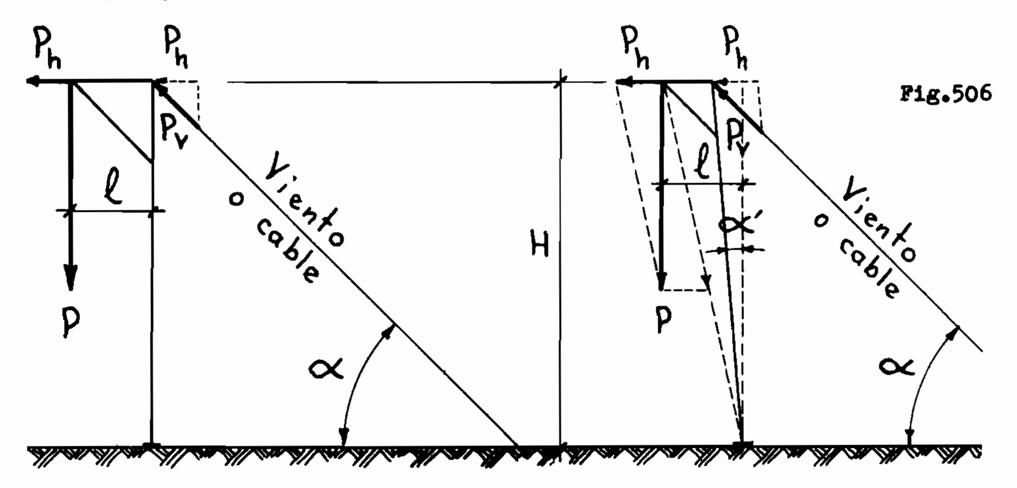



Fig.506

Fig.505

Tabla 47

| Angulo $\alpha^{o}$ | Coeficiente |
|---|---|
| 60 | 2,00 |
| 55 | 1,74 |
| 50 | 1,55 |
| 45 | 1,41 |
| 40 | 1,30 |
| 35 | 1,22 |
| 30 | 1,15 |
| 25 | 1,10 |

Normalmente, a la pluma se le dá una pequeña inclinación, para que cuando no se esté elevando la carga queden tensados los vientos(también para que haya más separación de la carga que se eleva, a la pluma), y no se venza la pluma hacia el otro lado (si es posible se pondrán también cables hacia el otro lado para evitar esto último). En la figura 506 se ve una pluma inclinada. La fuerza horizontal $P_h$, se calculará igual que en las plumas no inclinadas, es decir $P_h = P \cdot l/H$. La fuerza $P_v$ en este caso es mayor, y para utilizar la tabla 47 habrá que sumar $\alpha + \alpha'$.

## PLUMAS DE ELEVACION

Una vez conocidos los elementos auxiliares, que intervienen en las plumas de elevación, podemos indicar como se calculan estas.

La pluma está sometida a compresión (que dado su longitud origina pandeo), y a flexión por el pico de pato de la cabeza.

La fuerza de compresión de la pluma, está originada por el peso de la carga a elevar, por el tiro del cable de elevación, y por la presión que origina el viento de la pluma, debido a su inclinación ( ver figura 507, $P_1 + P_2$).

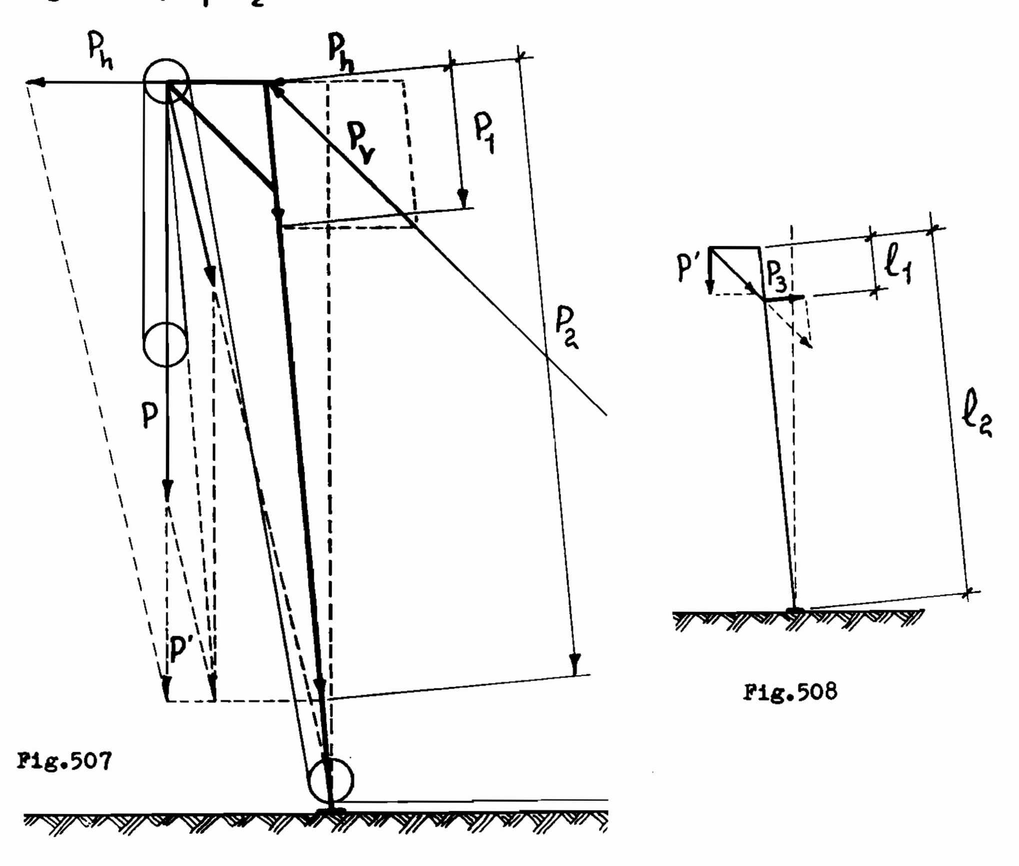



Fig.507

Fig.508

La flexión de la pluma en su parte superior, es debida a la carga P, y al pico de pato o saliente que tiene. El momento que se origina aqui no es normalmente considerable, pero de todas formas se deberá calcular y tener en cuenta. La figura 508 indica cual es la fuerza que origina dicho momento (la fuerza P´ está puesta con una escala menor que en las anteriores figuras).

Para el cálculo del momento flector se tomarán las normas que se dieron, en el capitulo primero, que será :

$$Mf = \frac{P \cdot (l_2 - l_1) \cdot l_1}{l_2}$$

## 1er Cálculo de una pluma de elevación

A continuación calcularemos una pluma para elevar una carga de 1500 Kg, que deberá tener una altura de 9 metros. Como tensión de trabajo se aceptarán 1400 Kg/cm2, y como perfiles dos us normales.

Se utilizará un aparejo de trócolas de una roldana. Por lo tanto, el tiro del cable será :

$$\text{Tiro del cable} = \frac{1500}{2 \cdot 1} = 750 \text{ Kg}$$

Para poder poner unas trócolas y una polea en la parte de abajo de la pluma, con un diámetro pequeño, utilizaremos el cable de grúas de la tabla 45. El cable adecuado para resistir 750 Kg, vemos que es el de 9,5 mm, de diámetro comercial. En este cable el alambre de diámetro mayor es de 0,45 mm. Por lo tanto, el diámetro de las roldanas de las trócolas y el de la polea de abajo será :

$$300 \cdot 0{,}45 = 145 \text{ mm}$$

La inclinación que le daremos a la pluma será de 2,5°, y los vientos a 45°. Con todos estos datos podemos proceder a calcular gráficamente, la tensión de compresión de la pluma, y el esfuerzo de los vientos. Por la figura 509 se podrá ver que la compresión de la pluma es igual a $P_1 + P_2 = 170 + 2195 = 2365$ Kg.

El momento flector en la cabeza, por el pico de pato será, sabiendo que $l_1 = 22$ cm, $P' = 2195$ Kg, y como P´ incide a 45° y dado que tiene la pluma una inclinación de solo 2,5°, $P_3 \approx P'$ (ver figura 508):

$$Mf = \frac{P_3 \cdot (l_2 - l_1) \cdot l_1}{l_2} = \frac{2195 \cdot 878 \cdot 22}{900} = 47109 \text{ Kg cm}$$

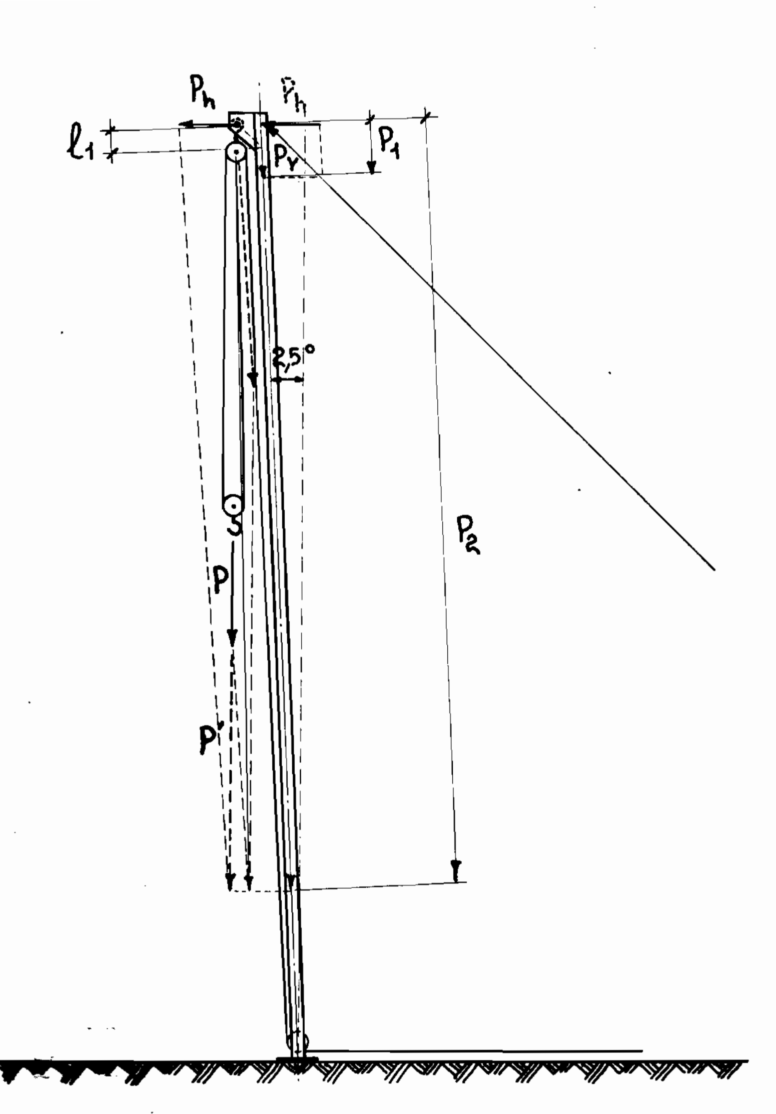



Fig.509

Supondremos dos U.PN.10 para la pluma, que tienen un radio de giro de $i_x$ = 3,91 , y una sección de 27 cm2. Su cálculo es semejante a un soporte con los extremos articulados, y será como a continuación se expone :

$$\lambda = \frac{L}{i_x} = \frac{900}{3,91} = 230 \quad ; \quad \omega = 8,93 \text{ ver página 226}$$

$$\text{Tensión de trabajo} = T_c = \frac{2365 \cdot 8,93}{27} = 782 \text{ Kg/cm}^2$$

Las dos us se podrán colocar con las almas hacia el centro, para poder colocar las poleas,del cable del cabrestante (ver figura 510).

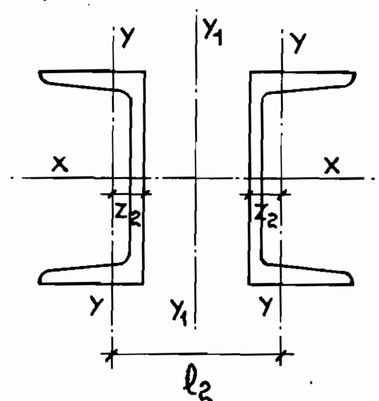



Fig.510

Para saber la separación minima "$l_2$", con la cual se consigue - una resistencia igual del eje x-x y el $y_1$-$y_1$, tendremos que calcularla. La separación máxima de las presillas es de $50 \cdot i_y = 50 \cdot 1{,}47 = 73{,}5$ cm. Como tenemos una altura de la pluma de 900 cm, y descontando la parte - de la cabeza y de la base, tendremos que poner las presillas a la separación siguiente :

$$\frac{900 - 45}{14 \text{ vanos}} \approx 61 \text{ cm}$$

La separación minima se hallará utilizando la fórmula de la página 89, y será la siguiente :

$$l_2 = \sqrt{\frac{\left[\dfrac{900^2}{\left(\dfrac{900}{3{,}91}\right)^2 - \left(\dfrac{61}{1{,}47}\right)^2} \cdot 13{,}5\right] - 29{,}3}{13{,}5}} \approx 7{,}2 \text{ cm}$$

Como la distancia $Z_2$ es en este caso 1,55 cm, quedará la siguiente separación minima :

$$l_2 - 2 \cdot Z_2 = 7{,}2 - 2 \cdot 1{,}55 = 4{,}1 \quad \text{cm}$$

Como se ve, esta separación es adecuada para la separación que - tiene que haber, puesto que hay que poner abajo la polea, por la cual - pasa el cable del cabrestante.

La tensión de trabajo por la flexión, será conociendo que el momento resistente de las dos us es de 82,4 cm3 :

$$Tf = \frac{Mf}{R_x} = \frac{47109}{82,4} = 571 \quad Kg/cm^2$$

La tensión total será entonces igual a :

$$T_{to} = T_c + T_f = 782 + 571 = 1353 \ Kg/cm^2$$

Por lo tanto, la tensión de trabajo es admisible.

## P r e s i l l a s

A continuación se calcularán las presillas, que se necesitan poner en la pluma. Para el cálculo de las presillas, se tomarán las fórmulas de la página 140. En la figuras 511 y 512, están indicadas las dimensiones, con las cuales haremos el cálculo.

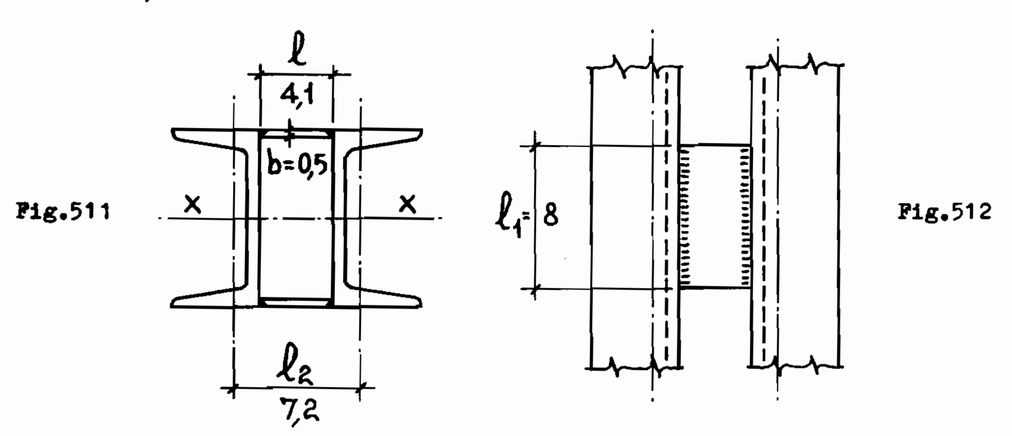



Fig.511 Fig.512

Esfuerzo de empuje en la presilla

$$P_1 = \frac{\omega_x \cdot P}{80} = \frac{8,93 \cdot 2365}{80} = 263 \ Kg \quad ; \quad P_2 = \frac{P_1 \cdot l_1}{2 \cdot l_2} = \frac{263 \cdot 61}{2 \cdot 7,2} = 1114 \ Kg$$

Momento flector de la presilla

$$Mf = P_2 \cdot \frac{l + a}{2} = 1114 \cdot \frac{4,1}{2} = 2283 \quad Kg \ cm$$

Momento resistente de la presilla

$$R_p = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,5 \cdot 8^2}{6} = 5,3 \quad cm^3$$

$$\text{Sección de la soldadura} = S_{sol} = 0{,}5 \cdot 8 = 4 \text{ cm}^2$$

El momento resistente de la soldadura será el mismo que el de la presilla, ya que va soldada a tope. Por lo tanto, será igual a 5,3 cm3.

Tensión de trabajo de la soldadura

$$T_{sol} = \sqrt{\left(\frac{Mf}{R_{sol}}\right)^2 + \left(\frac{P_2}{S_{sol}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2283}{5{,}3}\right)^2 + \left(\frac{1114}{4}\right)^2} = 512 \text{ Kg/cm}^2$$

La tensión de trabajo es tabién aceptable, ya que en este caso - como la presilla está a tope, se podria llegar hasta 0,8 · 1400 = 1120 Kg/cm2. Por lo tanto, podriamos hacer todavia menor la presilla.

Parte superior de la pluma

Por las figuras 513 y 514, se podrá ver como se puede proyectar- la cabeza de la pluma. Los redondos que se han puesto, son para poder - sujetar en ellos los cables o vientos. Cuando se tenga pensado, engan-- char el gancho de la trócola en el bulón de la parte superior, se tendrá que saber sus dimensiones, para poner la chapas que sujetan al bulón, a la separación adecuada. En este caso el gancho tiene 5 cm de espesor. Como se ve por la figura, se le han puesto unos refuerzos entre las alas- de las us, para evitar el que se doblen.

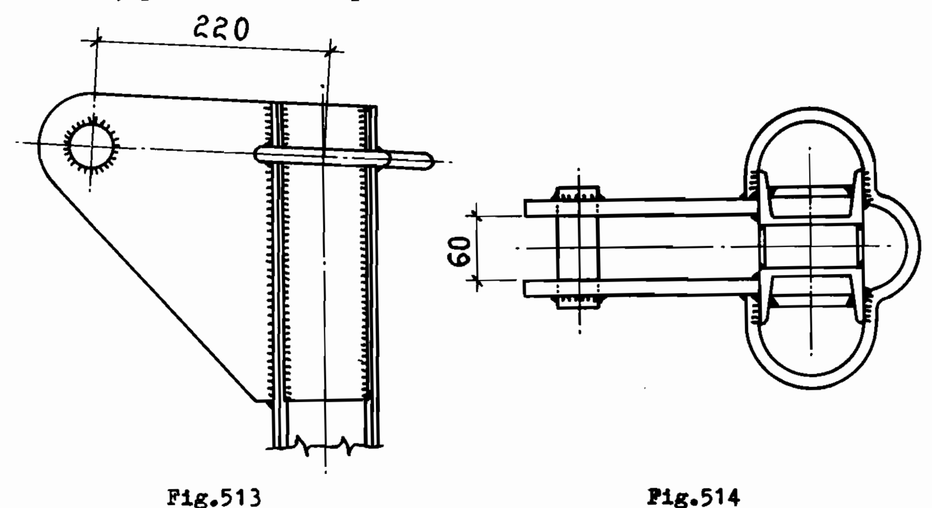



Fig.513 Fig.514

La base de la pluma, se podrá proyectar como se indica en las figuras 515 y 516. Los agujeros que lleva la chapa de la base, son para - meter unos redondos, y clavarlos en el suelo, con lo cual se sujeta la base de la pluma contra el desplazamiento horizontal.

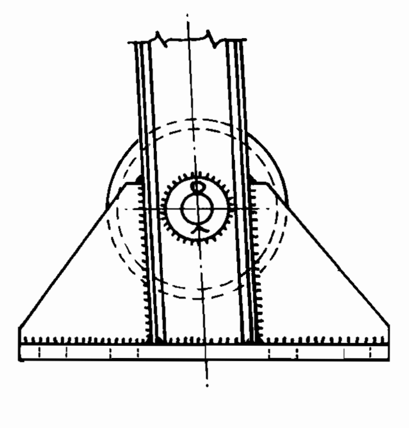


Fig.515

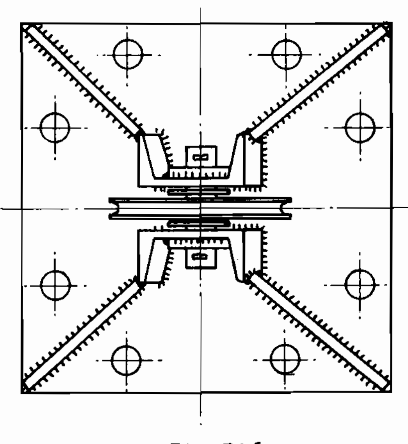


Fig.516

## 2º Cálculo de una pluma de elevación

Seguidamente se calculará una pluma de celosia, para elevar una carga de 10000 Kg, y que tendrá una altura de 7 metros. Como tensión de trabajo se admitirán 1400 Kg/cm2. La pluma tendrá una sección cuadrada de 500 · 500 mm, con un angular en cada vertice, y unidos estos por diagonales y montantes, igualmente de angulares.

Se utilizará un aparejo de trócolas,de dos roldanas. Por lo tanto, el tiro del cable será :

$$\text{Tiro del cable} = \frac{10000}{2 \cdot 2} = 2500 \quad \text{Kg}$$

Igual que en la otra pluma que se calculó, aqui utilizaremos también cable de grúas, para que el diámetro de las trócolas y la polea de abajo sea pequeño. Por la tabla 45 vemos que el cable adecuado para resistir los 2500 Kg, es el de 17 mm de diámetro comercial. Como en este cable el alambre más grueso es de 0,8 mm, el diámetro de las trócolas y la polea de abajo será :

$$300 \cdot 0{,}8 = 240 \text{ mm}$$

A esta pluma no se le dará inclinación, por lo tanto el pico de pato será mayor que en el otro ejemplo (1000 mm).

La medida $l_1$ deberá ser igual o menor de 50 veces el radio de giro minimo, del perfil que se ponga.

El empuje $P_3$ perpendicular a la pluma, debido al pico de pato, será gráficamente, cómo se indica en la figura 518.

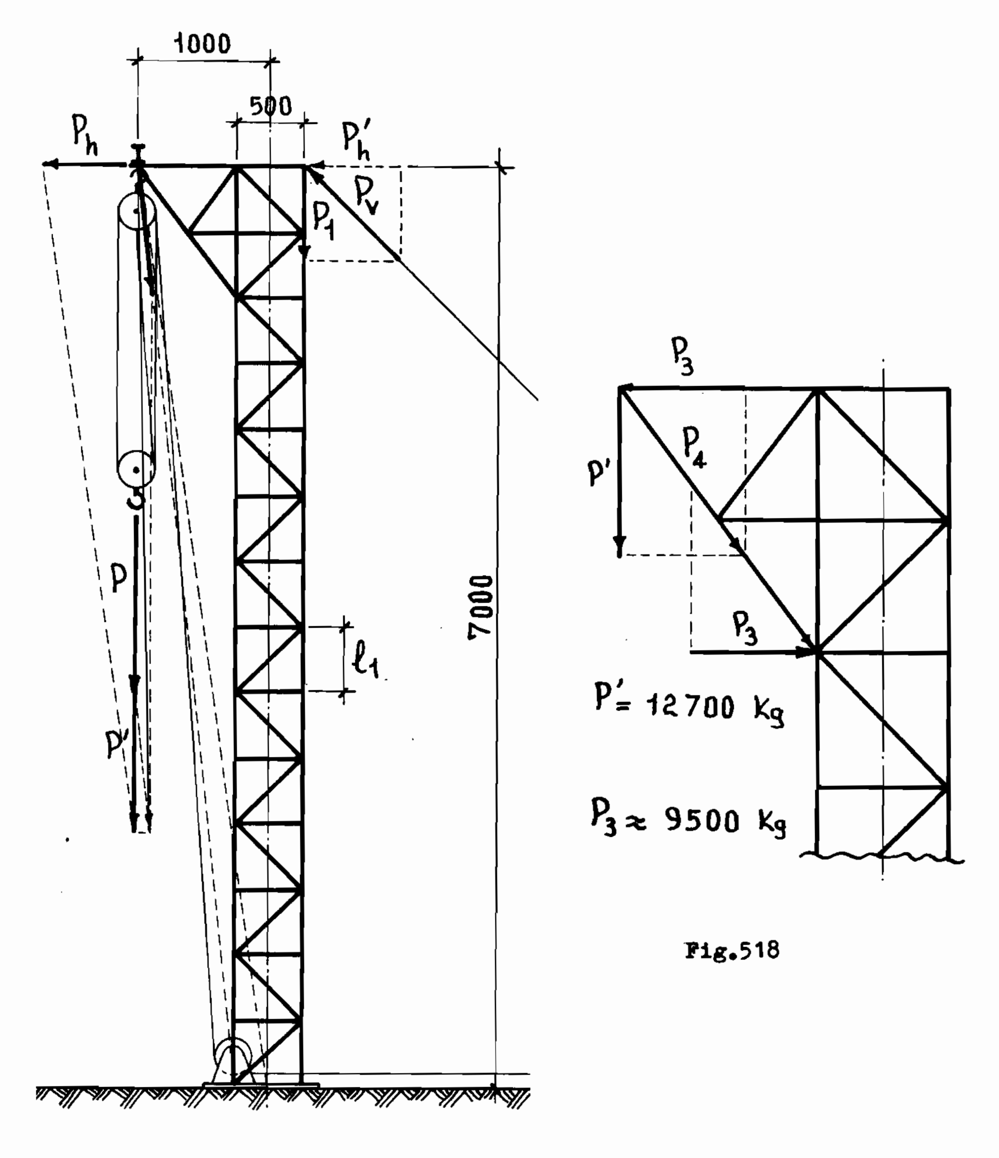
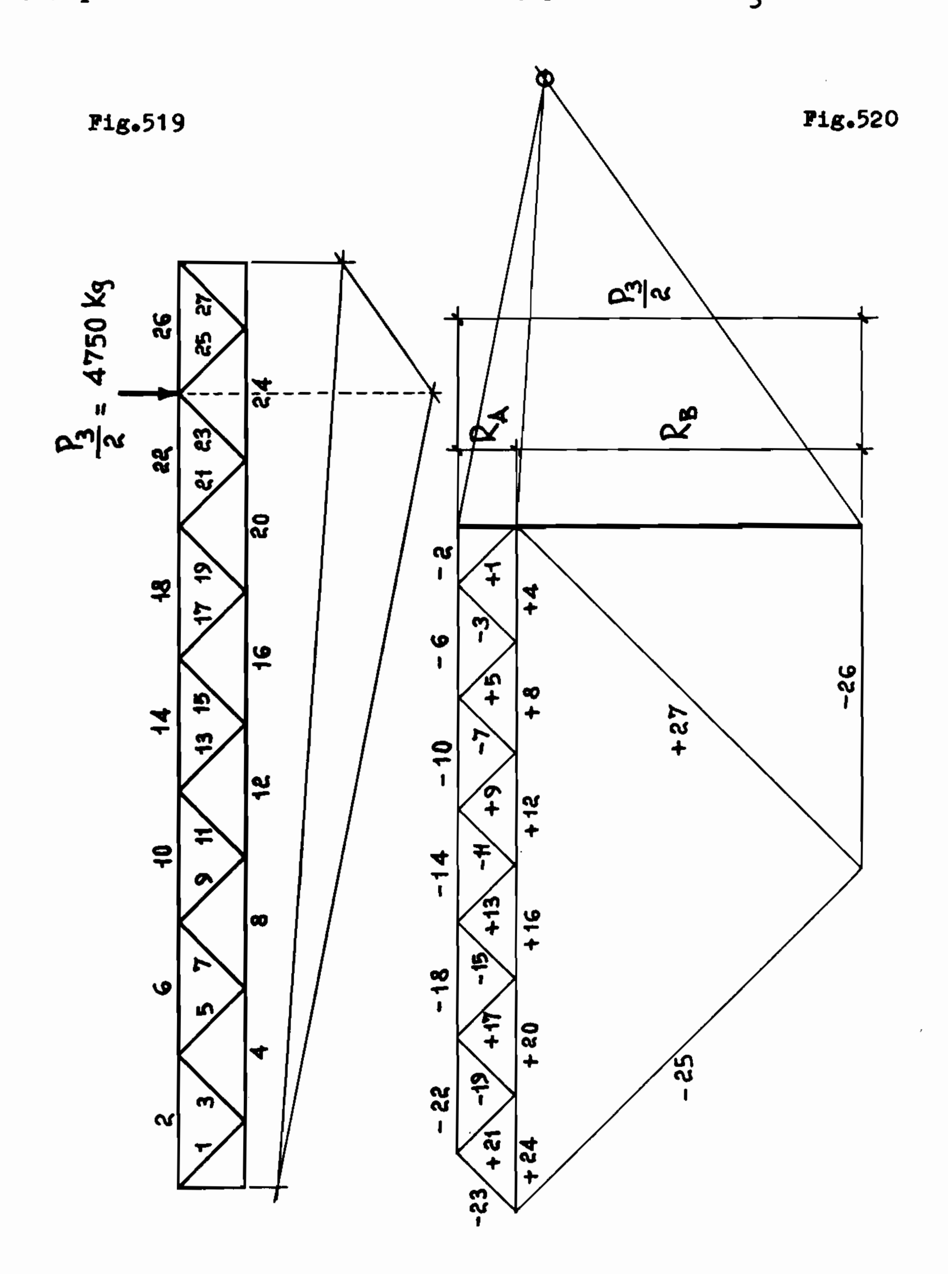



Fig.517

Fig.518

Para la fuerza $P_3$ haremos un CREMONA utilizando solo las diagonales y los angulares de los extremos (se dividirá $P_3$ por dos, ya que son dos celosias), y con las barras horizontales contrarrestaremos el empuje que hay por el pandeo. Las figuras 519 y 520 muestran el esfuerzo a qué están solicitadas las barras, por la fuerza $P_3$.



Ahora tendremos que calcular los esfuerzos de las barras, debidos a la compresión de las fuerzas P´ y $P_1$. Como se dijo anteriormente la sección de la pluma es cuadrada, con un angular en cada vertice. Se tomará el angular de 70 · 70 · 7 (ver figura 521).

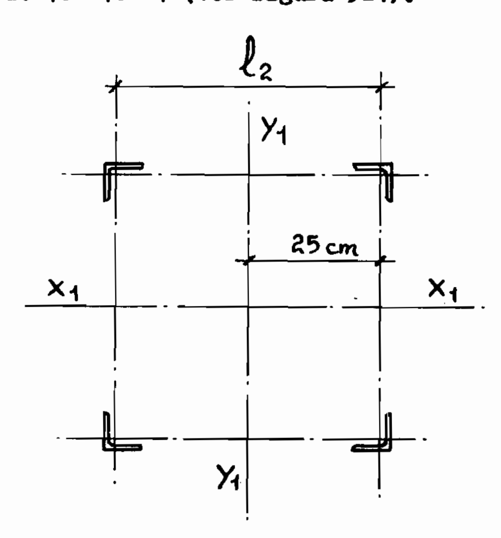



Fig.521

## Cálculo de las barras horizontales

Momento de inercia de los 4 angulares elegidos :

$$I_{y1} = 4 \cdot (42{,}4 + 9{,}4 \cdot 25^2) = 23669 \text{ cm}^4$$

Radio de giro= $i_{y1} = \sqrt{\dfrac{23669}{4 \cdot 9{,}4}} = 25$ ; Esbeltez= $\lambda_{y1} = \dfrac{700}{25} = 28$ ; $\omega_{y1} = 1{,}07$

Esfuerzo de la carga= $P_1' = \dfrac{1{,}07 \cdot 14500}{80} = 193$ Kg

Esfuerzo de empuje en cada barra horizontal

$$P_2' = \frac{P_1' \cdot l_1}{2 \cdot l_2} = \frac{193 \cdot 50}{2 \cdot 50} = 96{,}5 \text{ Kg}$$

Momento flector, y momento resistente necesario del perfil

$$Mf = P_2 \cdot \frac{l_2}{2} = 96{,}5 \cdot \frac{50}{2} = 2412 \text{ Kg cm} \quad ; \quad R_x = \frac{2412}{1400} = 1{,}72 \text{ cm}^3$$

El angular adecuado en este caso,es el de 45 · 45 · 5.

## Cálculo de las diagonales

Las diagonales 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21 y 23, tienen una longitud aproximada de 700 mm, y se pondrán todas por razones constructivas del mismo perfil. Las diagonales que están solicitadas a mayor esfuerzo, son a compresión, y midiendo a escala en el diagrama de fuerzas da 900 Kg.

Si miramos en la tabla de la página 213, veremos que ya el angular de 35 · 35 · 4 es suficiente, por lo tanto adaptaremos este perfil.

Para las diagonales 25 y 27, la 25 trabaja a compresión de 5700 Kg, y la 27 a 5700 Kg a tracción. Mirando en la tabla de la página 213, tenemos que para la barra 25 vale el angular de 55 · 55 · 6. Para la barra 27, en la página 210 podemos ver que el angular de 45 · 45 · 5 es el adecuado (como se vera más adelante, estas barras van reforzadas).

## Perfiles de las esquinas de la pluma

Escogimos antes el angular de 70 · 70 · 7. La carga $P' + P_1 = 14500$ Kg se repartirá entre los cuatro angulares, dando la siguiente cantidad :

$$\frac{14500}{4} = 3625 \text{ Kg}$$

La compresión del diagrama de la figura 520 nos da 7400 Kg. Por lo tanto, tendremos una compresión total de :

$$3625 + 7400 = 11025 \quad \text{Kg}$$

Si miramos en la página 213, vemos que el angular que escogimos de ángulo de 70 · 70 · 7 es el adecuado.

El radio de giro mínimo de este angular es de 1,37 cm, por lo tanto la separación entre las barras horizontales, deberá ser igual o menor de 50 · 1,37 = 68,5 cm. Como la separación de $l_1$ es de 50 cm, esto es también admisible.

La carga vertical no deberá sobrepasar a la admisible, debido a la altura de la pluma. En este caso la carga admisible máxima sería (no teniendo en cuenta el momento por el pico de pato) :

$$P = \frac{T_{adm} \cdot S}{\omega_{y1}} = \frac{1400 \cdot 37{,}6}{1{,}07} = 49196 \text{ Kg, luego es admisible}$$

$$(49196 : 4 = 12299)$$

## Barras del pico de pato

Con las barras del pico de pato, se seguirá el mismo procedimiento con las fuerzas $P_3$ y $P_4$.

## R e f u e r z o

Para conseguir que la carga que cuelga de la punta del pico de-pato, se reparta proporcionalmente sobre los 4 angulares principales de la pluma, reforzaremos convenientemente la parte superior de ésta. Para ello pondremos otros angulares en los vanos superiores (ver las lineas de trazo de la figura 522).

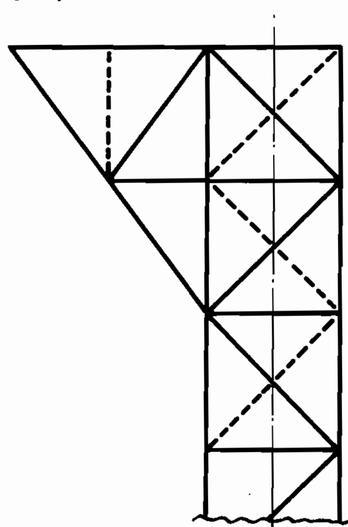


Fig.522

La barra 23 se pondrá para reforzarla, del mismo angular que la barra 25. Todas las barras de refuerzo serán del mismo perfil que la -- que está en su vano.

## Cálculo de barras que no salgan en las tablas

Las barras que no salgan, por su dimensión o carga, en las tablas del libro, se calcularán como se ha hecho ya anteriormente, teniendo en cuenta la esbeltez de la misma.

## Disposición y cálculo de las uniones de los perfiles

La disposición y cálculo de las uniones de los perfiles entre sí, ya ha sido enseñada en varios de los capítulos del libro. Por lo tanto, se tomará ejemplo de ello para su proyeoto y cálculo.

## Celosias laterales

La pluma tiene lateralmente otras dos celosias, a las que se les pondrá los mismqs perfiles que a las celosias frontales.

# B L I B L I O G R A F I A

VEREIN DEUTSCHE EISENHÜTTENLEUTE.- Stahl im Hochbau.- Stahleisen M.B. H.- Düsseldorf.

ACADEMIA HÜTTE.- Manual del ingeniero.- Editorial Gustavo Gilí, S.A.- Barcelona.

ERNST HELLMUT.- Die Hebezeuge.- Verlag Friedr. Vieweg und Sohn .- Braunschweig.

F. RODRIGUEZ AVIAL.- Construcciones metálicas.- Patronato de publicaciones de la Escuela Especial de Ingenieros Industriales.- Madrid.

H. DUBBEL.- Manual del constructor de máquinas.- Editorial Labor, S.A. Barcelona.

H. BUCHENAU.- Construcciones metálicas.- Editorial Labor, S.A.- Buenos Aires.

ALTOS HORNOS DE VIZCAYA, S.A.- Prontuario.- Bilbao.

AMERICAN WELDING SOCIETY.- Welding Handbook.- New York.

P. SCHIMPKE Y H.A. HORN.- Tratado general de soldadura.- Editorial Gustavo Gilí, S.A.- Barcelona.

TALLERES UNION, S.A.- Revista 25 aniversario.- Gijón.

J. FONT MAIMO.- Rendimientos y valoraciones de obra.- Editorial Dossat S.A.- Madrid.

LLOYD´S REGISTER OF SHIPPING.- Construcción de calderas y otros recipientes sometidos a presión y calidad, y pruebas de materiales .- London.

KLEINLOGEL.- Pórticos simples y marcos, Tomo I.- Editorial Labor, S.A. Barcelona.

## OTROS LIBROS DEL MISMO AUTOR

EL PROYECTISTA DE ENGRANAJES Y MECANISMOS, contiene 364 dibujos, 60 tablas y 300 páginas, con un formato de 21,5 por 15,5 cm.

SOLDEO ELECTRICO MANUAL AL ARCO METALICO, contiene 368 dibujos, 42 tablas y 331 páginas, con un formato de 21,5 por 15,5 cm.